SECONDE

Correction du devoir n°10 (Dm)

1. $\dfrac{(-5x)(2x+5)}{4x^2} \geq 0$

Les fonctions $x \to -5x$ et $x \to 2x+5$ sont des fonctions affines.

Ce n'est pas le cas de $x \to 4x^2$.

$4x^2 = x \times 4x.$

On peut alors mettre les 4 facteurs dans un tableau de signes.

$-5x = 0 \Rightarrow x = \dfrac{0}{-5} = 0$

$2x+5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = \dfrac{-5}{2} = -2{,}5$

x = 0 ; $4x = 0 \Rightarrow x = \dfrac{0}{4} = 0$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		0		$+\infty$
-5x		+		+	0	−	
2x+5		−	0	+		+	
x		−		−	0	+	
4x		−		−	0	+	
(-5x)*(2x+5)/4x*x		−	0	+	‖	−	

D'après l'inéquation à résoudre, on cherche le « + » dans la ligne finale.

$\boxed{S = [-2{,}5\,;0[}$

2. $\dfrac{2x-7}{3-x} \leq 3$

$\dfrac{2x-7}{3-x} \leq 3 \Rightarrow \dfrac{2x-7}{3-x} - 3 \leq 0 \Rightarrow \dfrac{2x-7-3(3-x)}{3-x} \leq 0 \Rightarrow \dfrac{2x-7-9+3x}{3-x} \leq 0 \Rightarrow \dfrac{5x-16}{3-x} \leq 0$

Les fonctions $x \to 5x-16$ et $x \to 3-x$ sont des fonctions affines.

On peut donc mettre les 2 facteurs dans un tableau de signes.

$5x-16 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{16}{5} = 3{,}2$; $3-x = 0 \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$

x	$-\infty$		3		$\frac{16}{5}$		$+\infty$
5x-16		−		−	0	+	
3-x		+	0	−		−	
(5x-16)/(3-x)		−	‖	+	0	−	

D'après l'inéquation à résoudre, on cherche le « _ » dans la ligne finale.

$\boxed{S =]-\infty\,;3[\, \cup [3{,}2\,;+\infty[}$

3. $\dfrac{x-5}{2-x} > \dfrac{5}{x}$

$$\frac{x-5}{2-x} > \frac{5}{x} \Rightarrow \frac{x-5}{2-x} - \frac{5}{x} > 0 \Rightarrow \frac{x(x-5)-5(2-x)}{x(2-x)} > 0 \Rightarrow \frac{x^2-5x-10+5x}{x(2-x)} > 0 \Rightarrow \frac{x^2-10}{x(2-x)} > 0$$

Les fonctions $x \to x$ et $x \to 2-x$ sont des fonctions affines.

Ce n'est pas le cas pour $x \to x^2 - 10 = a^2 - b^2$ avec $a = x$ et $b = \sqrt{10}$.

Donc $x^2 - 10 = \left(x - \sqrt{10}\right)\left(x + \sqrt{10}\right)$.

On met les 4 facteurs dans un tableau de signes.

x	$-\infty$		$-\sqrt{10}$		0		2		$\sqrt{10}$		$+\infty$
x- $\sqrt{10}$		−		−		−		−	0	+	
x+ $\sqrt{10}$		−	0	+		+		+		+	
x		−		−	0	+		+		+	
2-x		+		+		+	0	−		−	
(x^2-10)/(2x-x^2)		−	0	+	‖	−	‖	+	0	−	

D'après l'inéquation à résoudre, on cherche le « + » dans la ligne finale.

$$\boxed{S = \left]-\sqrt{10}\,;0\right[\cup \left]2\,;\sqrt{10}\right[}$$

4. $\dfrac{-2x\left(x^2-16\right)}{16x^2-8x+1} < 0$

Seule la fonction $x \to -2x$ est affine.

$x^2 - 16 = (x-4)(x+4)$ car de la forme $a^2 - b^2$

$16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \times 4x + 1^2 = (4x+1)^2$

On met les 5 facteurs dans un tableau de signes.

x	$-\infty$		-4		0		$\frac{1}{4}$		4		$+\infty$
-2x		+		+	0	−	‖	−		−	
x-4		−		−		−	‖	−	0	+	
x+4		−	0	+		+	‖	+		+	
(4x+1)^2		+		+		+	‖	+		+	
(-2x^3+32x)/(4x+1)^2		+	0	−	0	+	‖	+	0	−	

D'après l'inéquation, on cherche le «_ » dans la ligne finale.

$$\boxed{S = \left]-4\,;0\right[\cup \left]4\,;+\infty\right[}$$