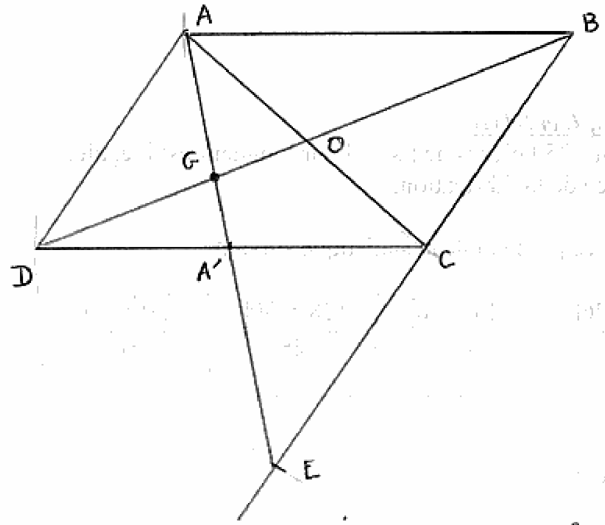
Seconde
Correction du devoir n°22 (Ds)

<u>Exercice 3 (Pour les S)</u>

1.



2 a. G est le centre de gravité du triangle ACD
A' est le milieu de [CD]
G est au $\frac{2}{3}$ de la médiane issue de A donc $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$

b. $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA'}$ (Chasles)
A' milieu de [CD] donc $\overrightarrow{DA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$
ABCD parallélogramme donc $\overrightarrow{DA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
donc $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

c. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

3. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$ (Chasles)
$= \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$
$= \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$ car ABCD prlg donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

4. $\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} \end{array}\right\}$ donc $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$ $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AE}$ colinéaires
sont A, E et G alignés

Exercice 2 (ES, L et STG)
Une entreprise artisanale fabrique chaque jour 250 pièces de tissu. Leur longueur est inégale, suivant la qualité du tissu ou l'équipe chargée de la fabrication.

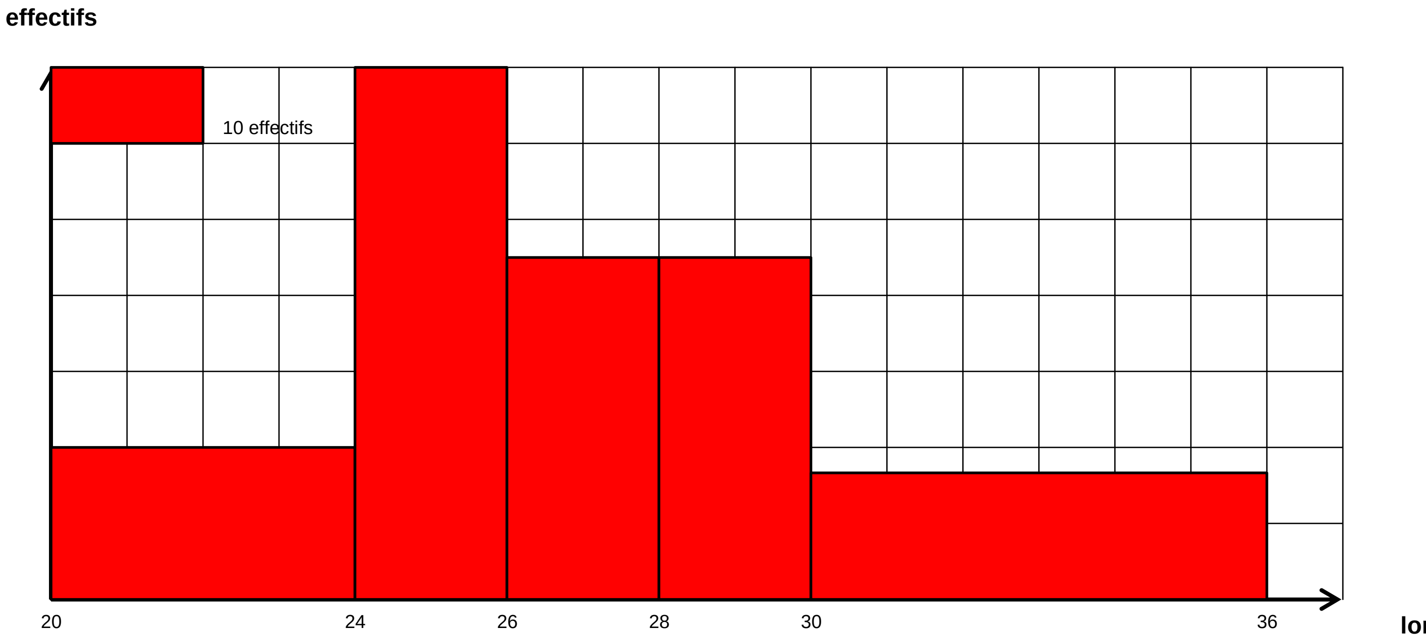
La production d'une journée peut être résumée par le tableau statistique suivant :

Longueur (en m)	$[20\ ;\ 24[$	$[24\ ;\ 26[$	$[26\ ;\ 28[$	$[28\ ;\ 30[$	$[30\ ;\ 36[$
Nombre de pièces	40	70	45	45	50

1. La population étudiée est l'ensemble des pièces de tissu fabriquées par l'entreprise.
2. La variable étudiée est la longueur (en m) de ces pièces de tissu. C'est une variable quantitative continue.
3. Etendue de cette série = 36 – 20 = 16.
4. La classe modale est la classe qui a le plus grand effectif donc $[24\ ;\ 26[$.
5. Moyenne de cette série = $\dfrac{40\times 22+70\times 25+45\times 27+45\times 29+50\times 33}{250}\approx 27{,}2$.

En moyenne, une pièce de tissu mesure 27,2 m.

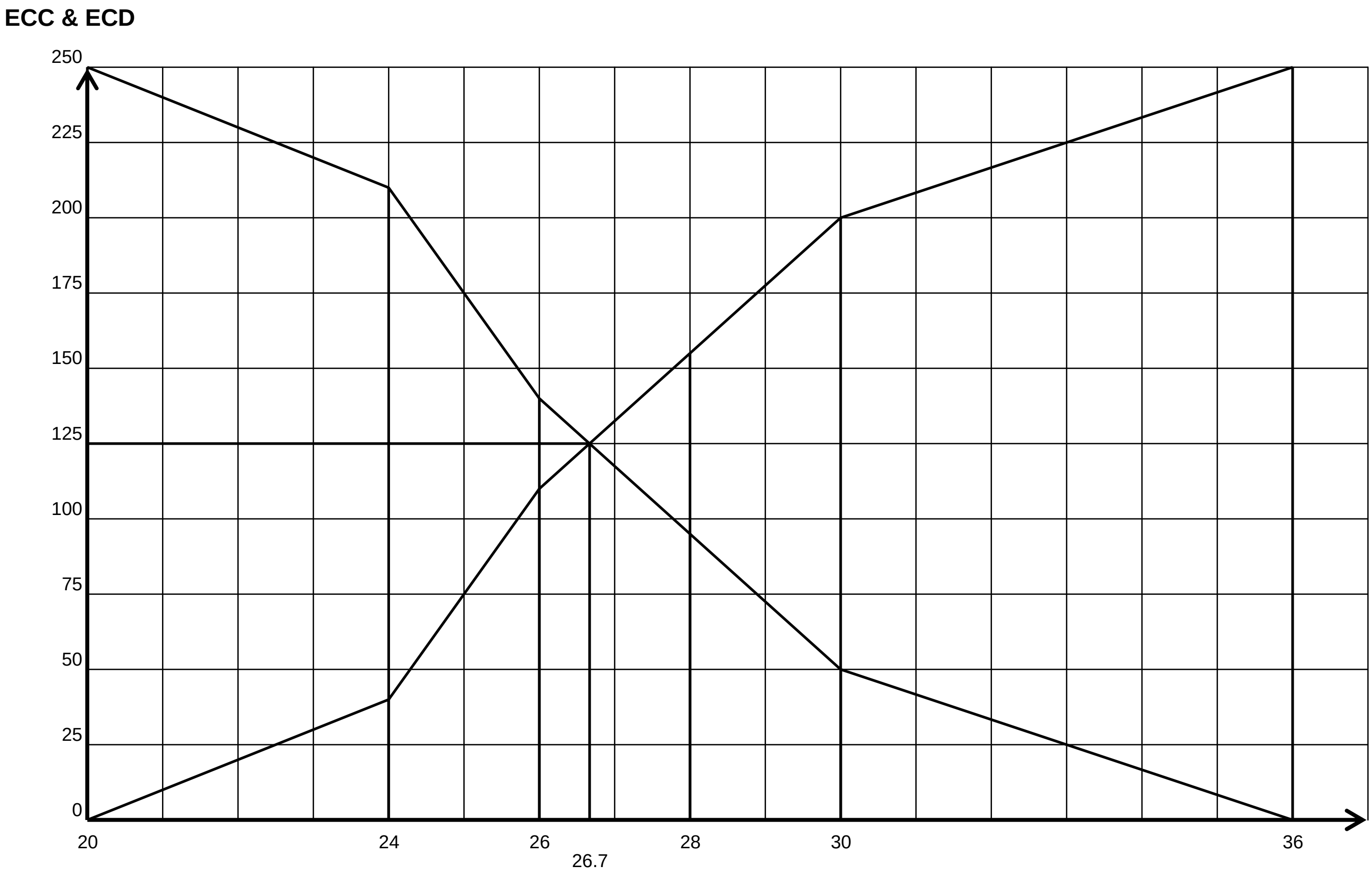
6. Histogramme de cette série



7.a

x	Effectifs Cumulés Croissants
<20	0
<24	40
<26	110
<28	155
30	200
36	250

Polygone des effectifs cumulés croissants :



c. La médiane est de 26,7 m. 50% des pièces de tissu ont une longueur inférieure ou égale à 26,7 m.

Exercice 4

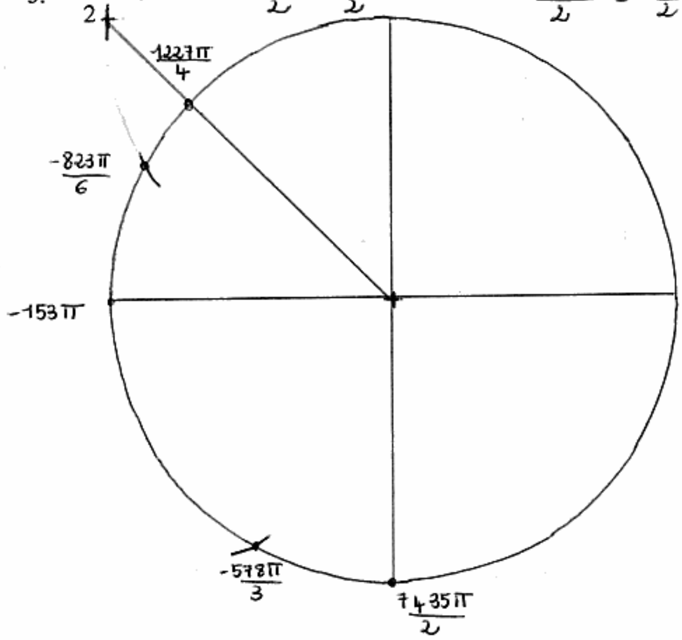
1. $\frac{1227\pi}{4} = 153 \times \frac{8\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}$ $\qquad \frac{1227\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}\ [2\pi]$

2. $-\frac{578\pi}{3} = -96 \times \frac{6\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}$ $\qquad -\frac{578\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$

3. $-153\pi = -77 \times 2\pi + \pi$ $\qquad -153\pi = \pi\ [2\pi]$

4. $\frac{-823\pi}{6} = -69 \times \frac{12\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}$ $\qquad -\frac{823\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}\ [2\pi]$

5. $\frac{7435\pi}{2} = 1859 \times \frac{4\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$ $\qquad \frac{7435\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$



1. $\cos\left(\frac{1227\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

   $\sin\left(\frac{1227\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\cos\left(-\frac{578\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

   $\sin\left(-\frac{578\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\cos(-153\pi) = -1$

   $\sin(-153\pi) = 0$

4. $\cos\left(-\frac{823\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

   $\sin\left(-\frac{823\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

5. $\cos\left(\frac{7435\pi}{2}\right) = 0$

   $\sin\left(\frac{7435\pi}{2}\right) = -1$

Exercice 1

I. Etude de f sur $\mathbb{R}$ $\quad f(x) = \frac{4}{5}x^2 - 4$

$x \longrightarrow x^2$

$\qquad X \longrightarrow \frac{4}{5}X - 4$

a. Soit a et b dans $[0;+\infty[$ tels que $a < b$

$0 \leqslant a < b$

$0 \leqslant a^2 < b^2$ — car la fonction $x \to x^2$ est croissante sur $[0;+\infty[$

$-4 \leqslant \frac{4}{5}a^2 - 4 < \frac{4}{5}b^2 - 4$ — car la fonction $x \to \frac{4}{5}x - 4$ est affine de coef directeur $\frac{4}{5}$ donc $\nearrow$ sur $\mathbb{R}$

$f(a) < f(b)$

donc f est croissante sur $[0;+\infty[$

Soit a et b dans $]-\infty;0]$ tels que $a < b$.

$a < b \leqslant 0$

$a^2 > b^2 \geqslant 0$ — car la fonction $x \to x^2$ est décroissante sur $]-\infty;0]$

$\frac{4}{5}a^2 - 4 > \frac{4}{5}b^2 - 4 \geqslant -4$ — car la fonction $x \to \frac{4}{5}x - 4$ est croissante sur $\mathbb{R}$ (affine de coef directeur $\frac{4}{5}$)

$f(a) > f(b)$

donc f est décroissante sur $]-\infty;0]$

Tableau de variation de f :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

II. Etude de g définie par $g(x) = \dfrac{4}{2x-1}$

a. $D_g =]-\infty;\frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2};+\infty[$ car on ne peut pas avoir $2x - 1 = 0$
$\qquad x = \frac{1}{2}$

b. Soit a et b dans $]-\infty;\frac{1}{2}[$ tels que $a < b$

$x \longrightarrow 2x - 1$

$\qquad X \longrightarrow \frac{1}{X}$

$\qquad\qquad X' \longrightarrow 4X'$

$a < b \leqslant \frac{1}{2}$

$2a - 1 < 2b - 1 \leqslant 0$ — car la fonction $x \to 2x - 1$ est affine de coef dir 2 donc $\nearrow$ sur $\mathbb{R}$

$\frac{1}{2a-1} > \frac{1}{2b-1}$ — car la fonction $x \to \frac{1}{x}$ est $\searrow$ sur $]-\infty;0]$

$\frac{4}{2a-1} > \frac{4}{2b-1}$ — car la fonction $x \to 4x$ est affine de coef dir 4 donc $\nearrow$ sur $\mathbb{R}$

$f(a) > f(b)$ — donc f $\searrow$ sur $]-\infty;\frac{1}{2}[$

Tableau de variation de g :

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$	‖	$\searrow$	

III. Résolutions graphiques

a. (C_f) et (C_g) ont 3 points d'intersection : $(-2;-1)$; $(0;-4)$ et $(2,5;1)$

b. $f(x) \leq g(x)$

On cherche quand (C_f) est en dessous de (C_g) : $S = [-2;0[\cup]\frac{1}{2}; 2,5]$

IV. Résolutions numériques

$$g(x) - f(x) = \frac{4}{2x-1} - \frac{4}{5}x^2 + 4 = \frac{20-(4x^2-20)(2x-1)}{5(2x-1)} = \frac{20-(8x^3-4x^2-40x+20)}{5(2x-1)}$$

$$= \frac{-8x^3+4x^2+40x}{5(2x-1)}$$

or $$\frac{-4x(x+2)(2x-5)}{5(2x-1)} = \frac{-4x(2x^2-5x+4x-10)}{5(2x-1)} = \frac{-8x^3+20x^2-16x^2+40x}{5(2x-1)}$$

$$= \frac{-8x^3+4x^2+40x}{5(2x-1)}$$

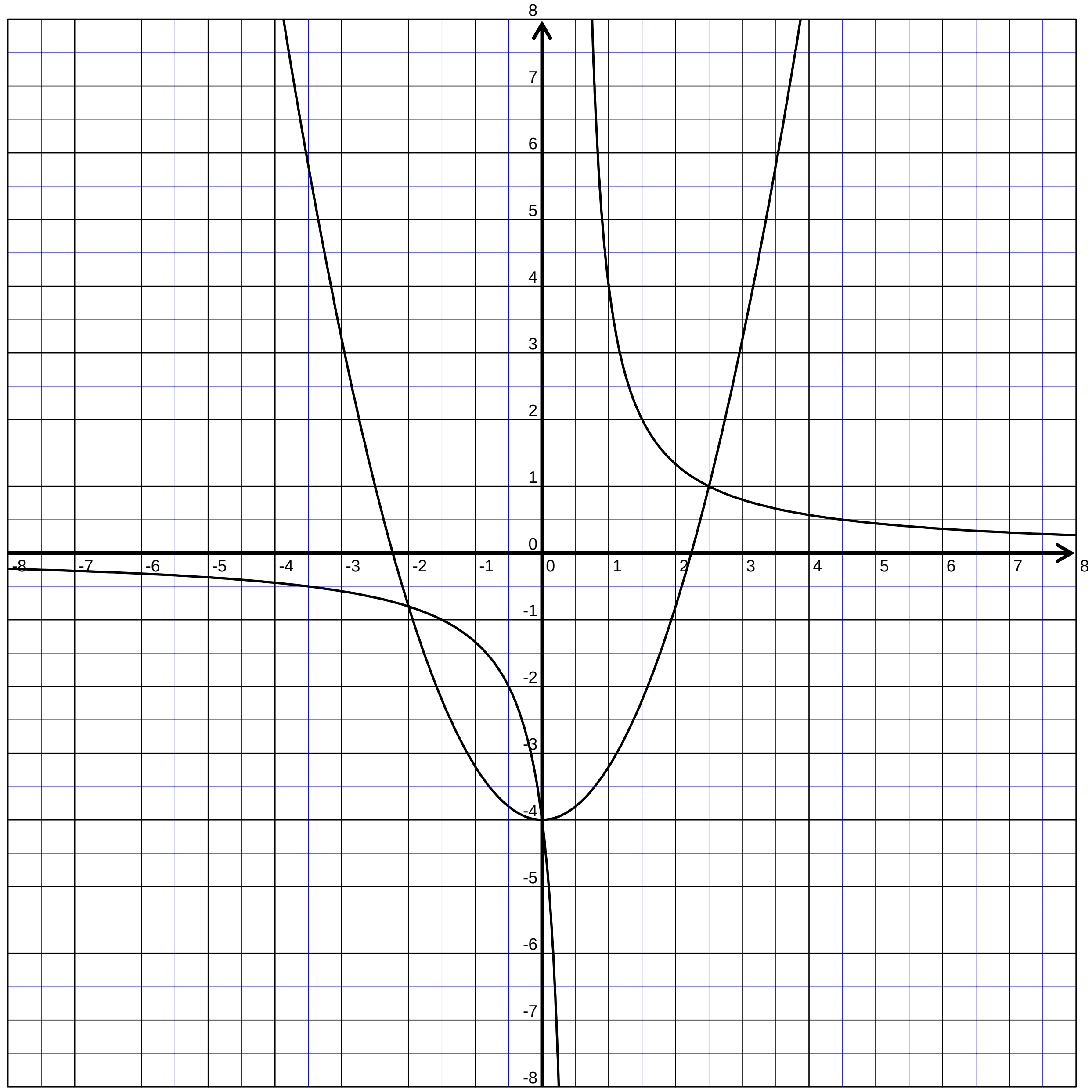
Donc on a bien $g(x) - f(x) = \dfrac{-4x(x+2)(2x-5)}{5(2x-1)}$

Signe de $g(x) - f(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		$\frac{1}{2}$		$2,5$		$+\infty$
$-4x$		+		+	0	−	‖	−		−	
$x+2$		−	0	+		+	‖	+		+	
$2x-5$		−		−		−	‖	−	0	+	
$5(2x-1)$		−		−		−	‖	+		+	
$g(x)-f(x)$		−	0	+	0	−	‖	+	0	−	

$g(x) - f(x) \geq 0$ sur $[-2;0] \cup]\frac{1}{2}; 2,5]$ ← résultat de la question III car C_g au dessus de C_f

$g(x) - f(x) \leq 0$ (soit (C_g) en dessous de (C_f)) sur $]-\infty;-2] \cup [0;\frac{1}{2}[$
$\cup [2,5;+\infty[$


8
7
6
5
4
3
2
1
0
-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8