Seconde		Fiche d'exercices 1
	Vecteurs	

Exercice 1

Soit (ABCD) un parallélogramme. On pose $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$.

Exprimez à l'aide de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ les vecteurs $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$.

Exercice 2

Soit A, B, C, D, E cinq points quelconques.

a) Représentez le vecteur $\vec{u}$ défini par $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$.

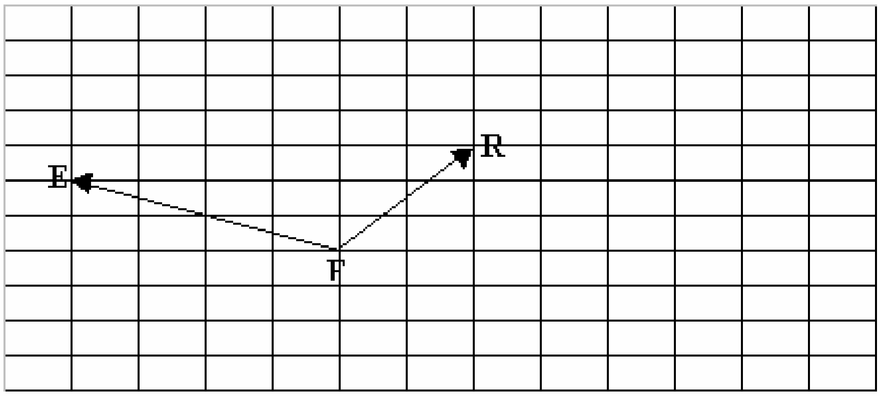
b) Simplifiez et représentez :

$\vec{s} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$, $\vec{w} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AB}$, $\vec{t} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$

Exercice 3

Démontrez que pour tout point A, B, C, D et E on a : $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$.

Exercice 4



Dans la figure ci-dessus, $\vec{u} = \overrightarrow{FR}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{FE}$.

On construit les points G, S, T et H tels que $\overrightarrow{FG} = -\vec{v}$ et FESR, FGTR et FSHT sont des parallèlogrammes.

1) Donnez un représentant de la somme vectorielle : $\vec{u} + \vec{v}$; $\vec{u} - \vec{v}$; $\vec{u} + \vec{v} + (\vec{u} - \vec{v})$.
2) Où se situe le point R ? A-t-on FR + RT = FT ?

Exercice 5

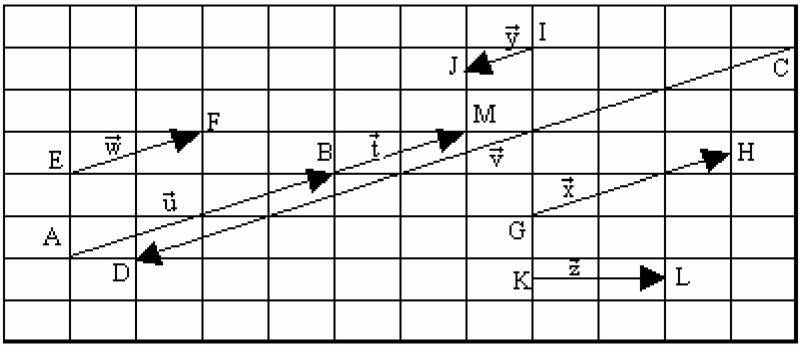
A, B, C et D sont quatre points du plan.

a) Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$.

b) Construire le point N tel que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

c) Démontrez que $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$.

Exercice 6



A l'aide du schéma ci-dessus, recopiez et complétez le tableau suivant :

$\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ont même direction. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont même direction.	$\vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{CD}$ $\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{v}$	$\vec{CD} = -2\vec{AB}$ $\vec{v} = -2\vec{u}$	$\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
$\vec{AB}$ et $\vec{EF}$			
$\vec{AB}$ et $\vec{GH}$			
$\vec{AB}$ et $\vec{IJ}$			
$\vec{AB}$ et $\vec{KL}$			
$\vec{AB}$ et $\vec{BM}$			

Exercice 7

ABC est un triangle. Construire les points D et E tels que $\vec{BD} = 2\vec{AC} - 3\vec{AB}$ et $\vec{CE} = \vec{AC} - 2\vec{AB}$. Que remarque-t-on ? Justifiez.

Exercice 8

ABC est un triangle. Construire le point D tel que $\vec{BD} = 3\vec{BA} - 2\vec{BC}$.

Montrez que D appartient à la droite (AC) (On pourra par exemple exprimer $\vec{AD}$ en fonction de $\vec{AC}$).

Exercice 9

Soient A, B et C trois points du plan.

E et F sont les points tels que $\vec{AE} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$ et $\vec{BF} = \frac{2}{3}\vec{BC}$.

1) Faire la figure.

2) En utisant la relation de Chasles, démontrez que $\vec{AF} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

3) Démontrez que les points A, E et F sont alignés.

Exercice 10

ABCD est un carré.

1) Placez les points M et N tels que $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{BC}$ et $\vec{DN} = -\frac{1}{2}\vec{DC}$.

2) Exprimez chacun des vecteurs $\vec{MN}$ et $\vec{NB}$ en fonction de $\vec{DA}$ et $\vec{DC}$.

3) Démontrez que B, N et M sont alignés.

	Les vecteurs	

Exercice 11

ABC est un triangle. E est le point tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et F le point tel que $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$.

Démontrez que les droites (CE) et (FB) sont parallèles.

Exercice 12

ABCD est un parallèlogramme de centre I, B est le milieu du segment [AE], G est le centre de gravité du triangle ACE et $\vec{BF} = 2\vec{BA} + \vec{AD}$.

Déterminez les relations liant les vecteurs $\vec{AE}$ et $\vec{CD}$, $\vec{CG}$ et $\vec{CB}$, puis $\vec{EI}$ et $\vec{EG}$.

Calculez $\vec{IE} + \vec{IF}$ puis montrez que E, G et F sont alignés.

Exercice 13

Soit ABCD un parallélogramme. P est le mimieu du segment [AD], le point R est le symétrique de B par rapport à D et Q est le point vérifiant $\vec{AQ} = \frac{1}{3}\vec{AB}$.

On veut démontrer que les points P, Q et R sont alignés.

1) Méthode vectorielle.

Exprimez les vecteurs $\vec{PQ}$ et $\vec{PR}$ en fonction des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$.

En déduire l'alignement des trois points.

2) Méthode analytique.

Déterminez les coordonnées des points A, B, C, D, P, Q et R dans le repère $\left(A, \vec{AB}, \vec{AD}\right)$.En déduire les coordonnées des vecteurs $\vec{PQ}$ et $\vec{PR}$ et l'alignement des trois points.

Exercice 14

Soit (A, B, C) un repère du plan.

Quelles sont les coordonnées de :

a) A, B et C.
b) du point D tel que ABCD parallélogramme.
c) de O centre du parallélogramme.
d) de A', B', C' milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB].
e) de G centre de gravité du triangle ABC.

Exercice 15

Soit ABCD un carré de côté 4 cm.

On nomme I le milieu de [BC] et E le point tel que $\vec{CE} = \frac{1}{2}\vec{DE}$.

1) Exprimez, à l'aide du calcul vectoriel, $\vec{DE}$ en fonction de $\vec{DC}$.
2) Faîtes la figure.
3) On se place dans le repère (D, C, A).
   a) Déterminez la base associée.
   b) Trouvez les coordonnées des points A, B, C, D, I et E.
   c) Montrez que I est aussi le milieu de [AE].

c) Que peut-on en déduire quant la nature du quadrilatère ABEC ?

Exercice 16

Dans un repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on donne les points A(3 ; 2), B(-1 ; 5) et C(-2 ; -2).

1) Déterminez les coordonnées des points M, N et P définis par :

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$.

2) Quelle est la nature des quadrilatères AMCB et BNCA ?

3) Déterminez les coordonnées du milieu I de [BC], puis vérifiez que $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.

   Que représente le point P pour le triangle ABC ?

Exercice 17

1) A(2, 3) ; B(-3, 1) ; C(4, -3) dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Déterminez les coordonnées de D, point sur l'axe des abscisses, tel que (AB) // (CD).
2) A(-5 , 2) ; B(-3, 1) ; C(1, -3) dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Déterminez les coordonnées de D, point sur l'axe des ordonnées, tel que (AB) // (CD).

Exercice 18

$A(3,7)$; $B(8,2)$; $C(-4,-2)$; $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$

A tout réel x, on associe le point M défini par $\overrightarrow{CM} = x\,\vec{u}$.

1) Déterminez en fonction de x les coordonnées de M puis de $\overrightarrow{AM}$.
2) Comment choisir x pour que M soit sur la droite (AB) ?

Exercice 19

$\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ un repère orthonormal. Soit A(1 , 2), B(5, 0) et T(1, -3).

Montrez que T appartient à la médiatrice de [AB].

Exercice 20

$\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ un repère orthonormal. Soit A(2 , 2), B(3, 0), C(2, -2) et D(1 , 0).

Montrez que ABCD est un losange.

Exercice 21

On donne les points A(-1 ; 1), B(1 ; 2) et C(3 ; -2).

Placez ces points dans un repère.

1) Calculez les longueurs des côtés du triangle ABC. Que peut-on en déduire quant à la nature de ce triangle ?
2) Donnez le centre Ω et le rayon R du cercle circonscrit (C) au triangle ABC.
3) Soit E(3 ; 1). Montrez que E appartient à (C).
4) Calculez $\cos\hat{C}$ et en déduire une valaur arrondie de l'angle $\hat{C}$, arrondi au degré près.