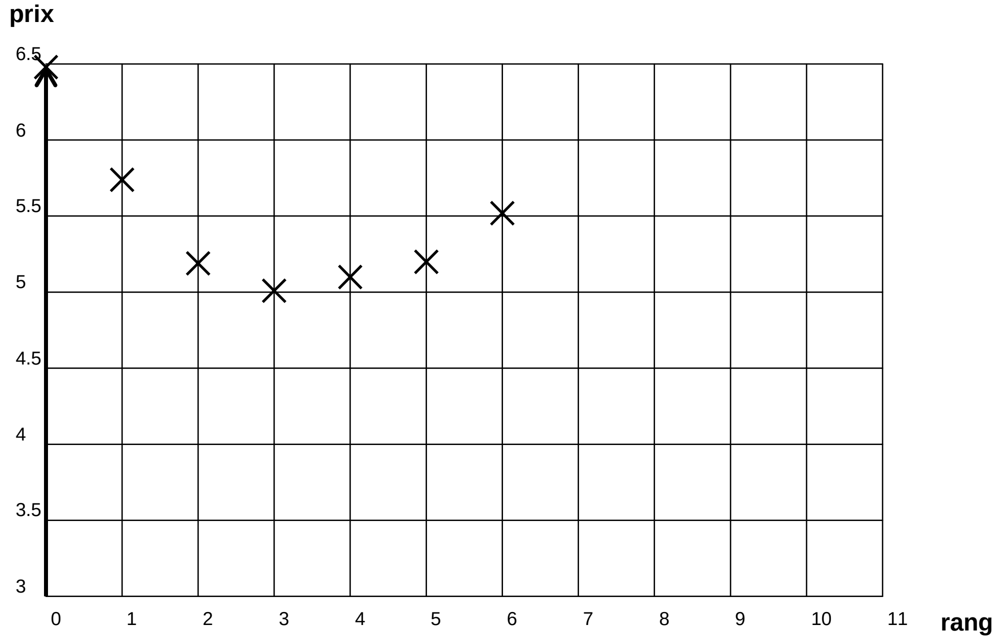
Terminale ES
Correction du devoir n°10 (Ie)

Exercice 1

Partie A

Année	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	0	1	2	3
Prix d'une tonne en milliers d'euros y_i	6,48	5,74	5,19	5,01



1. D'après la calculatrice,

$a = -0,496$

$b = 6,349$

La droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés a donc pour équation :

$\boxed{y = -0,496x + 6,349}$

2. Au 1er janvier 2005, le rang de l'année est 7.

$y = -0,496 \times 7 + 6,349 = 2,877$

Donc au 1er janvier 2005, le prix d'une tonne de matière première serait 2,877 milliers d'euros soit 2 877 €.

Partie B

2. a. Soit la fonction f définie pour tout x de $[0\,;11]$ par : $f(x) = x + 10 - 5\ln(x+2)$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
x+10-5ln(x+2)	6.53	5.51	5.07	4.95	5.04	5.27	5.6	6.01	6.49	7.01	7.58	8.18

b. On a : $(x+10)' = 1$

et $\ln(x+2) = \ln u \to (\ln u)' = \dfrac{u'}{u} = \dfrac{1}{x+2}$

$$f'(x) = 1 - 5 \times \frac{1}{x+2} = \frac{x+2-5}{x+2} = \frac{x-3}{x+2}$$

x	0		3		11
$x-3$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$+$		$+$	
$(x-3)/(x+2)$		$-$	0	$+$	

x	0		3		11
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$x+10-5\ln(x+2)$	6.53	$\searrow$	4.95	$\nearrow$	8.18

c. La fonction *f* a les mêmes variations que le nuage de points et les valeurs pour *x* variant de 0 à 6 sont proches de celles de la série statistique donc la fonction *f* semble un bon ajustement.

3. a. Au premier janvier 2005, le rang de l'année est 7.
$f(7) = 17 - 5\ln(9) \approx 6{,}014$.
Le prix d'une tonne de matière première au 1er janvier 2005 est de 6,014 milliers d'euros soit 6014 euros.

b. La valeur de la tonne de matière première en 1998 était de 6,48 milliers d'euros.
D'après le tableau de valeurs de *f*, le prix retrouvera cette valeur au 1er janvier 2006.

<u>Exercice 2</u>

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :
$\ln(1-x) + \ln(-3-2x) \leq \ln(102)$

a. Condition d'existence :

x	$-\infty$		-1.5		1		$+\infty$
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$-3-2x$		$+$	0	$-$		$-$	

Donc il faut que $x \in \left]-\infty;-1{,}5\right[$.

b. Résolution :
D'après la propriété fondamentale, pour tous *a* et *b* positifs, on a :
$\ln a + \ln b = \ln(a \times b)$

Donc sur $\left]-\infty;-1{,}5\right[$,

$\ln(1-x)+\ln(-3-2x)=\ln((1-x)(-3-2x))=\ln(-3-2x+3x+2x^2)=\ln\left(2x^2+x-3\right)$.
Comme on a un logarithme de chaque côté de l'inéquation, on peut les supprimer.
On résout :

$$2x^2+x-3\leq 102$$

$$2x^2+x-105\leq 0$$

$$\Delta=1-4\times 2\times(-105)=841=29^2$$

$$x_1=\frac{-1-29}{4}=-7{,}5$$

$$x_2=\frac{-1+29}{4}=7$$

x	$-\infty$		-7.5		7		$+\infty$
$2x^2+x-105$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=\left[-7.5\,;7\right]$

c. Conclusion
L'ensemble des solutions, en comparant la résolution à la condition d'existence, est :
$\boxed{\left[-7.5;-1.5\right[}$