Terminale ES	**Devoir n°11 (Ds)**	
Donné le : 23/01/06		

<u>Exercice 1 (7 points)</u>

Le tableau suivant donne les indices des prix à la consommation pour les années 1990 à 1997.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Indice y_i	100	103,2	105,7	107,9	109,7	111,6	113,8	115,2

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;\,\mathrm{y}_\mathrm{i})$ dans un repère orthogonal (2 cm représente une année en abscisse et 1 cm représente un point d'indice en ordonnée ; faire débuter la graduation à 100 sur l'axe des ordonnées).
   Calculer les coordonnées du point moyen et placer ce point.

2. A l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine D par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-1} près).
   Représenter la droite D dans le repère précédent.

3. On envisage l'ajustement du nuage par une branche de parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ et l'on cherche les trois nombres *a*, *b* et *c*.
   Pour cela, on pose $z_i = \sqrt{1198 - 10y_i}$.
   Une équation de la droite d'ajustement affine de *z* en *x* par la méthode des moindres carrés est alors $z = -x + 14$.
   a. Vérifier que $y = -0{,}1x^2 + 2{,}8x + 100{,}2$.
   b. Dans le repère précédent, et sans étudier la fonction correspondante, tracer la branche de parabole d'équation $y = -0{,}1x^2 + 2{,}8x + 100{,}2$ pour *x* appartenant à $[0\,;7]$.
   c. En choisissant ce dernier ajustement, quelle prévision de l'indice des prix à la consommation pouvait-on faire fin 1997 pour 1998 ?
   d. On sait aujourd'hui que l'indice des prix à la consommation en 1998 était de 116.
   Calculer le pourcentage de l'erreur commise en utilisant la prévision trouvée en 3.c.

Exercice 2 (6 points)

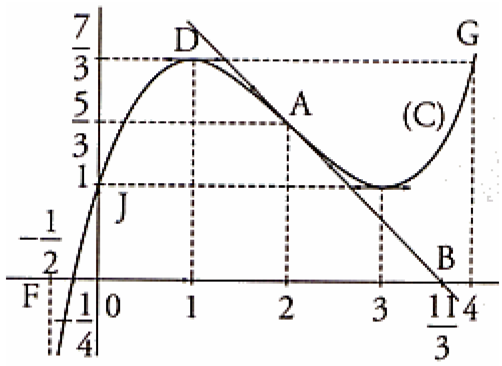
Le plan est rapporté à un repère orthonormal. Sur le graphique ci-après, la courbe (C) représente une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\,;4\right]$.

On précise que :

► la courbe (C) passe par les points A, D, E, F, G et J de coordonnées respectives $\left(2\,;\frac{5}{3}\right)$, $\left(1\,;\frac{7}{3}\right)$, $(3\,;1)$, $\left(-\frac{1}{4}\,;0\right)$, $\left(4\,;\frac{7}{3}\right)$ et $(0\,;1)$;

► la droite (AB) est tangente en A à la courbe (C) et le point B a pour coordonnées $\left(\frac{11}{3}\,;0\right)$;

► les tangentes à la courbe (C) aux points D et E sont parallèles à l'axe des abscisses.



1. En justifiant, indiquer :

a. les valeurs de $f'(1)$ et $f'(2)$;

b. les solutions, sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\,;4\right]$, des inéquations :

$f(x) > 0$; $f(x) \geq 1$

c. les solutions, sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\,;4\right]$, de l' inéquation $f'(x) \leq 0$.

2. On note *g* la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{4}\,;4\right]$ par : $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$.

a. Dresser le tableau de variation de *f* sur $\left]-\frac{1}{4}\,;4\right]$.

En déduire celui de *g*.

b. Quelles sont les valeurs de *x* pour lesquelles *g*(*x*) est positif ou nul ? Justifier la réponse.

Exercice 3 (7 points)

PARTIE A

Soit *f* la fonction définie sur $[0\,;5]$ par $f(x)=\dfrac{x^2}{2}-3x+2+2\ln(x+1)$.

1.a. Calculer la dérivée f' de la fonction *f*.

b. Montrer que pour tout *x* de $[0\,;5]$, $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-1}{x+1}$.

c. Etudier le signe de la fonction f' sur $[0\,;5]$.

d. En déduire les variations de *f* sur $[0\,;5]$.

2. Soit *g* la fonction définie sur $[0\,;5]$ par $g(x)=(x+1)\ln(x+1)-x$.

a. Calculer la dérivée de la fonction *g*.

b. En déduire une primitive de la fonction *f* sur $[0\,;5]$.

PARTIE B

Sur l'intervalle $[0\,;5]$, la fonction *f* de la partie précédente représente le coût marginal de production d'un liquide conditionné en flacons d'un litre, en fonction de la quantité produite.
On rappelle que le coût marginal de production est assimilé à la dérivée du coût total.
x représente le volume en milliers de litres, *x* variant dans l'intervalle $[0\,;5]$.
$f(x)$ représente le coût marginal en milliers d'euros.

1. Quel est le coût marginal, en euros, du 3000$^{\text{ème}}$ litre produit ?

2. Pour quelle quantité produite le coût marginal est-il minimum ? (donner la valeur au litre près).

3. Les coûts fixes sont de 1000 euros.

a. Montrer en utilisant le résultat de la partie B, question 2b, que le coût total est donné par l'expression définie sur $[0\,;5]$ par :

$$C(x)=\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{2}x^2+2(x+1)\ln(x+1)+1$$

b. Calculer $C(5)-C(0)$ à un euro près et interpréter en termes de coût cette différence.