Terminale ES	**Devoir n°13 (Dm)**	
Donné le : 10/02/2006	Pour le : 03/03/06	

Les exercices 2 et 5 sont OBLIGATOIRES.
Le reste est facultatif.

Exercice 1

Un groupe industriel possède deux usines Alpha et Bêta. L'usine Alpha emploie 30 % des salariés, l'usine Bêta 70 %.

La répartition des salaires mensuels dans les deux usines est la suivante :

Salaire mensuel *s* en euros	Pourcentage des salariés de l'usine Alpha	Pourcentage des salariés de l'usine Bêta
$800 \leq s < 1200$	32	22
$1200 \leq s < 1600$	35	43
$1600 \leq s < 2800$	22	23
$2800 \leq s < 3600$	7	12
$3600 \leq s < 6000$	4	0

On choisit un salarié au hasard parmi l'ensemble des salariés du groupe.
On admet l'équiprobabilité des choix. On considère les événements :

E « le salarié gagne au moins 1 200 € par mois » ;
A « le salarié travaille dans l'usine Alpha » ;
B « le salarié travaille dans l'usine Bêta ».

l. a. Calculer la probabilité de A, puis celle de B.
b. Calculer la probabilité qu'un salarié de l'usine Alpha gagne au moins 1 200 € par mois.
Faire le même calcul pour un salarié de l'usine Bêta.
c. Montrer que la probabilité de E est 0,344.

2. On considère maintenant les deux lois numériques X et Y dont les valeurs et les lois de probabilités sont données dans les tableaux suivants :

x_i	1	1,4	2,2	3,2	4,8
$P(X = x_i)$	0,32	0,35	0,22	0,07	0,04
y_i	1	1,4	2,2	3,2	
$P(Y = y_i)$	0,22	0,43	0,23	0,12	

a. Calculer, à 10^{-2} près, l'espérance mathématique et l'écart type de chacune des lois numériques X et Y.
b. Utiliser le résultat de a. pour comparer les salaires moyens dans les usines Alpha et Bêta.
Comment interpréter alors le résultat sur les écarts-types ?

Exercice 2

Pour chaque probabilité demandée, on donnera la valeur décimale arrondie à 10^{-4} près.
Dans une université, 55 % des étudiants possèdent un ordinateur.
Parmi les étudiants ayant un ordinateur :

- 20 %ont un violon ; • 30 % ont une flûte ;
- aucun étudiant ne possède à la fois une flûte et un violon.

Parmi les étudiants n'ayant pas d'ordinateur :

- 5 % ont un violon ; • 15 % ont une flûte ;
- aucun étudiant ne possède à la fois une flûte et un violon.

On choisit au hasard un étudiant de cette université.
On définit les événements suivants :

- D : « L'étudiant a un ordinateur » ; V : « L'étudiant a un violon » ;
- F : « L'étudiant a une flûte » ;
- R : « L'étudiant n'a aucun de ces deux instruments de musique ».

Ainsi:

- la probabilité P(D) de l'événement D est 0,55 ;
- la probabilité $P_D(V)$ qu'un étudiant ait un violon sachant qu'il a un ordinateur est 0,2.

a. Calculer la probabilité que l'étudiant ait un ordinateur et un violon.
b. Calculer la probabilité que l'étudiant ait un violon et pas d'ordinateur.
c. Calculer P(V).
d. Calculer P(F).
e. Quelle est la probabilité que l'étudiant ait un ordinateur sachant qu'il a une flûte?

Exercice 3

1. Déterminer l'intervalle *I* des valeurs de x pour lesquelles la fonction *f* est définie :

$$f(x) = \ln(3 - x) + \ln 2 - 2 \ln(x + 1)$$

2. Résoudre l'inéquation

$$\ln(3-x) + \ln 2 - 2\ln(x+1) \geq 0$$

Exercice 4

Déterminer les primitives sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction f telle que :

$$f(x) = \frac{2}{x+1} + \frac{3}{5x+3}$$

Exercice 5

Soit la fonction *f* définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x)=3+\dfrac{\ln(0{,}1x)-2}{x}$

Partie 1. Étude de fonction

1. Etudier la limite de *f* au voisinage de 0. Interpréter graphiquement le résultat.
2. Etudier la limite de *f* au voisinage de $+\infty$. On admettra que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(0{,}1x)}{x}=0$
3. Montrer que : $f'(x)=\dfrac{3-\ln(0{,}1x)}{x^2}$
4. Etudier les variations de *f*.
5. Montrer que *f* admet dans l'intervalle]0, 200[une seule racine α et déterminer un encadrement de α à 0, 1 près. En déduire le signe de *f*.

Partie 2. Application économique

Une entreprise constate que pour un nombre d'objets compris entre 1000 et 200000 la production et la vente de *x* milliers d'objets dégage un bénéfice total de *B*(*x*) milliers d'euros, où *B*(*x*) est défini par :

$$B(x)=3x-2+\ln(0{,}1x)$$

Ainsi pour 1000 objets produits et vendus, le bénéfice total est négatif et vaut

B(1) = - 1303 milliers d'euros.

1. Calculer les bénéfices réalisés pour 2000 objets, et pour 2500 objets. Calculer dans chaque cas le bénéfice moyen réalisé par objet vendu.
2. Montrer que pour une production et vente de *x* objets, le bénéfice moyen par objet est *f*(*x*) euros.
3. A partir de combien d'objets (à la centaine près) le bénéfice moyen est-il positif ?
Peut-il atteindre 3,5 euros ?