Lycée des Flandres – HAZEBROUCK **Epreuves groupées du 06 au 10 mars**

Matière : MATHEMATIQUES	**Nom des professeurs** : COURTOIS C, CARLIER D, MASSET B	Nombre de feuilles Par élève	
	Date de l'épreuve : Mercredi 8 Mars Matin	A3	A4

Classes concernées	TES1	TES2	TES3				Recto		
Nbre d'exemplaires	32	40	40				Recto - verso	**1**	**1**

BACCALAUREAT GENERAL

SESSION DE 2006

BAC BLANC DE MARS / LYCÉE DES FLANDRES

ÉPREUVE DE

MATHÉMATIQUES

SERIE : ES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 HEURES **COEFFICIENT : 5 ou 7**

Ce sujet comporte6 pages numérotées de 1/6 à 6/6

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

Les candidats doivent tous traiter quatre exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements Entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

<u>EXERCICE 1</u> (5 points) : A traiter par tous les candidats

La DG XXIV de la Commission Européenne, dans son rapport du 8 juillet 1999, détaille ainsi l'évaluation du test W pour le diagnostic de l'ESB (Encéphalopathie Spongiforme Bovine) :
• la proportion des réactions POSITIVES au test effectué sur des tissus nerveux provenant d'animaux infectés est égale à 70 % ;
• la proportion des réactions NEGATIVES au test effectué sur des tissus nerveux provenant d'animaux non infectés est égale à 90 %.
On envisage un dépistage dans un cheptel bovin. On choisit dans le cheptel un animal au hasard.
On désigne par M l'événement « l'animal est malade » et par T l'événement « le test est positif».

Partie A

On estime à 0,07 la probabilité d'animaux malades dans le cheptel.

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation et donner les valeurs manquantes.

2. En utilisant cet arbre, calculer $P(M \cap T)$ puis $P(T)$.

3. En déduire la probabilité que l'animal soit malade sachant que le test est positif. On donnera la valeur arrondie à 10^{-3} .

Partie B

On estime maintenant à x la probabilité d'animaux malades dans le cheptel.

1. Construire un arbre pondéré représentant cette situation.

2. En utilisant cet arbre, calculer $P(M \cap T)$ puis $P(\mathrm{T})$.

3. On note $P_T(\mathrm{M})$ la probabilité que l'animal soit malade sachant que le test est positif.

Montrer que $P_T(M) = \dfrac{7x}{6x+1}$.

4. Soit f la fonction numérique de la variable x définie sur [0 ; 1] par : $f(x) = \dfrac{7x}{6x+1}$

Résoudre sur [0 ; 1] l'inéquation $f(x) \geq 0{,}9$. Interpréter le résultat.

<u>EXERCICE 2 (3points)</u> : A traiter par tous les candidats

Pour chaque question, une seule réponse a., b., c. ou d. est exacte.
Indiquer sur la copie la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point.
L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

Les trois arbres donnés page suivante représentent des situations probabilistes.
Les nombres indiqués sur les différentes flèches sont des probabilités, et en deuxième niveau, des probabilités conditionnelles.
Ainsi pour l'arbre donné dans la question 1. : 0,35 = $p(A)$ et 0,1 = p_A (E).

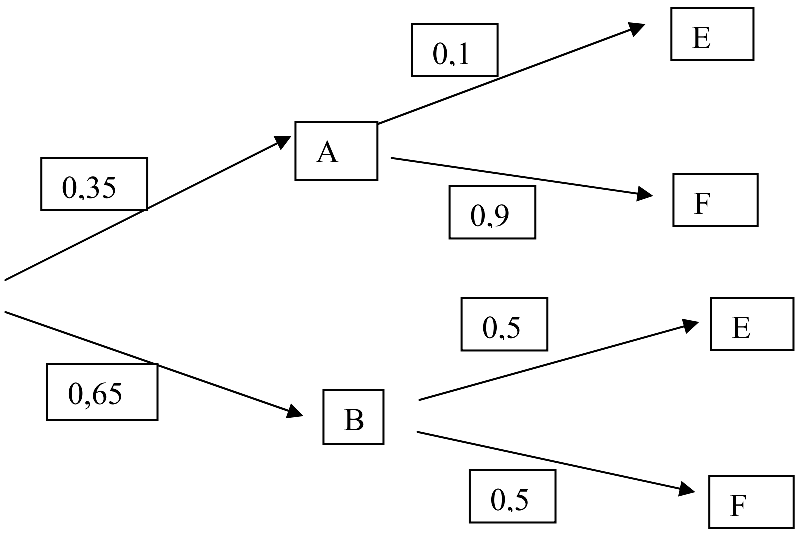
1. La probabilité de l'événement E est égale à :

a. 0,5

b. 0,1

c. 0,6

d. 0,36



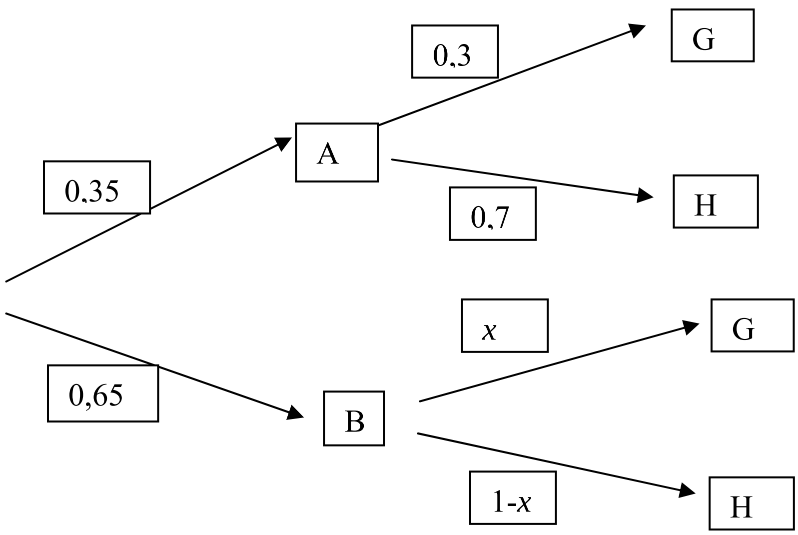
2. Les événements A et G étant supposés indépendants, x est égal à :

a. 0,35

b. 0,1

c. 0,3

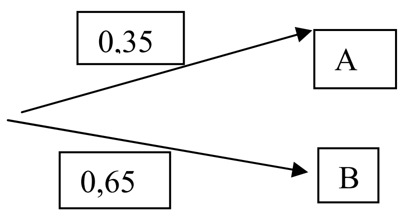
d. 0,36



3. Ici la situation probabiliste est associée à une expérience aléatoire schématisée par l'arbre ci-contre.
Cette expérience aléatoire est répétée 4 fois de manière indépendante. La probabilité d'obtenir au moins une fois l'événement A est égale à :

a. 0,35 b. 0,821 493 75

c. 0,178 506 25 d. 0,01500625



<u>EXERCICE 3 (5 points)</u> : A traiter uniquement par les non-spécialistes

On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f définie sur $]0;\ 1[\cup\ ]1\ ;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$

et on nomme (C) sa représentation graphique dans un repère orthogonal (0 ; i,j) du plan.

x	0		$\frac{1}{e}$		1		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	‖	−	
1/(xln(x))	$-\infty$	↗	- e	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

1. Justifier les éléments suivants donnés par ce tableau de variation :

► signe de $f'(x)$ (On montrera que $f'(x)=\dfrac{-1-\ln x}{(x\ln x)^2}$),

► limites aux bornes de l'ensemble de définition (on admet que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}} x\ln x=0$) .

► image de $\dfrac{1}{e}$ par *f*.

2. Combien la courbe (C) possède-t-elle d'asymptotes ? Donner une équation de chacune d'elles.

3. a. Donner une équation de la tangente à la courbe (C) en son point A d'abscisse $\dfrac{1}{e}$

b. Déterminer une équation de la tangente à la courbe (C) en son point B d'abscisse e.

4. Indiquer sans justifier pour quelles valeurs du réel *k* l'équation *f*(*x*) = *k* :

a. ne possède aucune solution ;

b. possède une solution unique ;

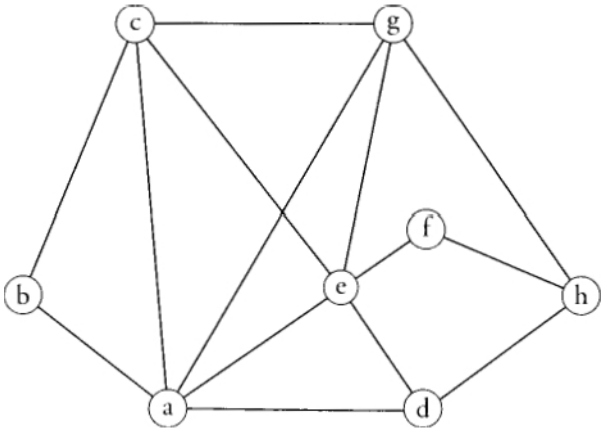
c. possède deux solutions distinctes.

(Aucune justification n'est attendue dans cette question, on pourra s'aider de la représentation graphique de la fonction *f* obtenue à l'aide de la calculatrice).

<u>EXERCICE 3 bis (5 points)</u> : A traiter uniquement par les spécialistes

Partie A

On note G le graphe représenté ci-dessous et M sa matrice obtenue en prenant les sommets dans l'ordre alphabétique. La matrice M^3 est également donnée.

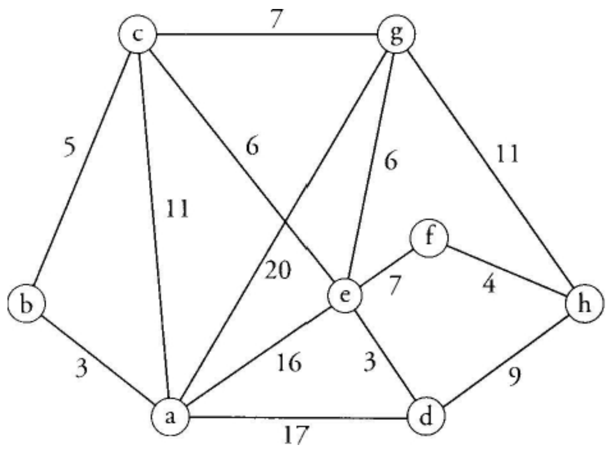


$$M^3 = \begin{vmatrix} 10 & 8 & 11 & 10 & 12 & 5 & 13 & 4 \\ 8 & 2 & 7 & 3 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 11 & 7 & 8 & 6 & 12 & 3 & 10 & 5 \\ 10 & 3 & 6 & 2 & 11 & 1 & 4 & 8 \\ 12 & 5 & 12 & 11 & 8 & 8 & 13 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 8 & 0 & 2 & 6 \\ 13 & 4 & 10 & 4 & 13 & 2 & 6 & 9 \\ 4 & 3 & 5 & 8 & 3 & 6 & 9 & 0 \end{vmatrix}$$

Dire, en justifiant votre réponse, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses

1. **a.** L'ordre du graphe est égal au plus grand des degrés des sommets.
   b. Le graphe G contient un sous-graphe complet d'ordre 3.
   c. Les sommets de G peuvent être coloriés avec trois couleurs sans que deux sommets adjacents soient de *même* couleur.
   d. Il est possible de parcourir ce graphe en passant une fois et une seule par chaque arête.
   e. Il existe au moins un chemin de longueur 3 qui relie chaque sommet à chacun des sept autres sommets du graphe.
   f. Il y a 72 chemins de longueur 3 qui relient le sommet **e** à chacun des huit sommets du graphe.

Partie B



Le graphe précédent représente un réseau de lignes d'autobus. Les sommets du graphe désignent les arrêts. Les poids des arêtes sont les durées de parcours, en minutes, entre deux arrêts (correspondances comprises).

Déterminer, à l'aide d'un algorithme, la durée minimum pour aller de l'arrêt **a** à l'arrêt **h** et donner ce trajet.

<u>EXERCICE 4 (7 points)</u> : A traiter par tous les candidats

On définit la fonction f sur $]0;+\infty[$ par la relation $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}-\dfrac{x^2}{2}+2$:

Le but du problème est l'étude de f .

<u>Partie A:</u> Etude d'une fonction auxiliaire.

On pose, pour $x>0$, $g(x)=x^3+\ln x-1$

1. Montrer que g est strictement croissante sur $]0;+\infty[$

2. Calculez les valeurs suivantes : $g(0{,}5)$, $g(1)$, $g(2)$, $g(\mathrm{e})$

(on demande les valeurs exactes puis de donner une valeur approchée à 0,01 près par défaut)

3. Formez le tableau de signes de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$ en le justifiant.

<u>Partie B:</u> Etude de *f*.

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1. *a*. Calculez la fonction dérivée de *f*, fonction notée f' .

b. Montrez que $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{x^2}$.

c. Dressez alors le tableau de signes de $f'(x)$ puis le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$.

d. Etudiez la limite de f en 0 et en $+\infty$.

e. Montrez que pour tout $x>0$, on a : $f(x)\leq\dfrac{3}{2}$

2. A est le point de (C) d'abscisse e.

a . Donnez une équation de la tangente (T_e) à (C) au point A.

b . Tracez la courbe (C) ainsi que (T_e) et la tangente à (C) au point d'abscisse 1.

3. Etude de l'équation $f(x)=0$ sur $]0;+\infty[$.

a. Montrez que l'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions sur $]0;+\infty[$ que l'on notera α et β avec $\alpha<\beta$.

b. Justifiez les encadrements suivants: $0{,}4358<\alpha<0{,}4359$ et $2{,}1712<\beta<2{,}1713$.

c. Donnez en fonction de α et β le tableau de signes de $f(x)$ sur $]0;+\infty[$