

Terminale ES
Correction du devoir n°16 (Ie)

Exercice 1

Partie A

1. On complète le tableau à l'aide de l'énoncé.

• Le nombre d'élèves âgés de 11 ans est : $\frac{48}{100} \times 25 = 12$.

• Le nombre d'élèves âgés de 13 ans est : $\frac{1}{5} \times 25 = 5$.

• Le nombre d'élèves âgés de 12 ans est : $25 - 12 - 5 = 8$.

• Parmi les 15 élèves qui ont acheté un cartable classique, $\frac{2}{3}$ ont onze ans, donc $\frac{2}{3} \times 15 = 10$

élèves âgés de onze ans, ont un cartable classique.

• Par soustraction, on complète la première ligne du tableau : $12 - 10 = 2$.

Deux élèves âgés de onze ans ont acheté un sac à dos.

• Sachant que 15 élèves ont un cartable, on en déduit que 10 élèves ont acheté un sac à dos et que parmi ces dix élèves, cinq ont 12 ans.

• Par soustraction, connaissant les totaux par ligne et par colonne on complète le tableau.

	Sac à dos	Cartable	Total
11 ans	2	10	12
12 ans	5	3	8
13 ans	3	2	5
Total	10	15	25

2. On interroge au hasard un élève.

Ω = ensemble des élèves. La loi est équirépartie sur Ω .

a. Tous les élèves ayant la même probabilité d'être interrogés, on a :

$$p(S) = \frac{10}{25} = 0,4.$$

b. L'événement $C \cap T$ est « l'élève interrogé a un cartable et a treize ans ».

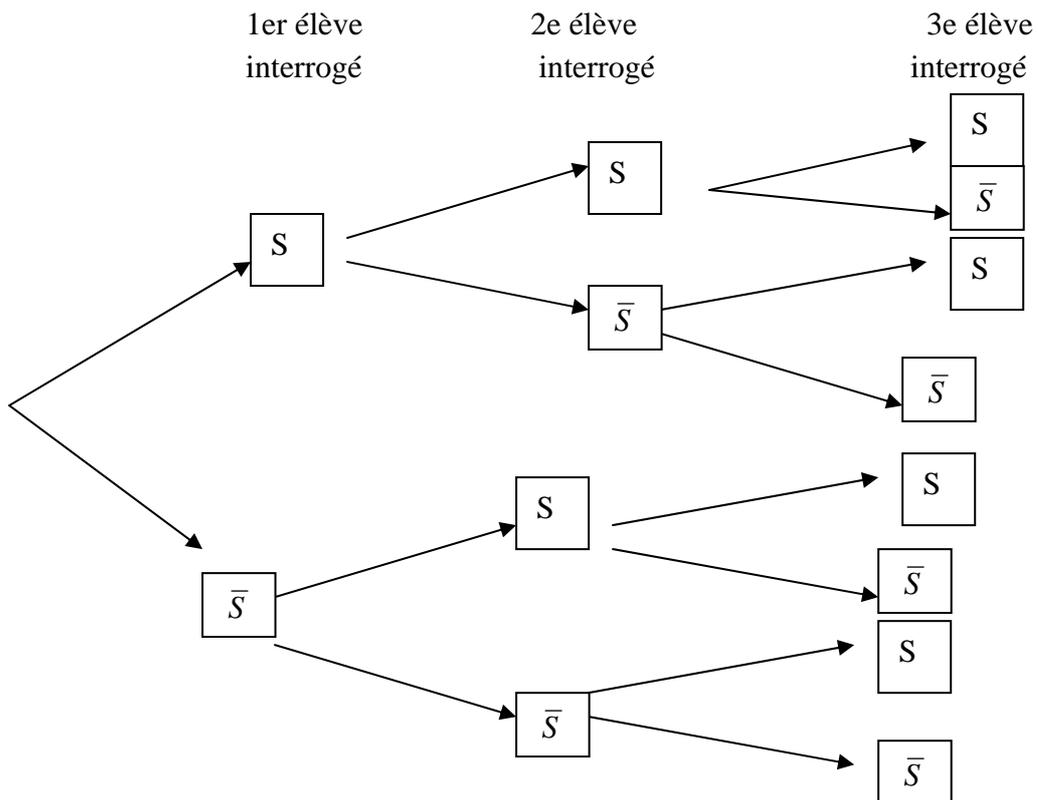
D'après le tableau, il y a deux élèves vérifiant ces deux conditions. D'où :

$$p(C \cap T) = \frac{2}{25} = 0,08.$$

3. On interroge successivement et de manière indépendante trois élèves.

Pour chacun des élèves, soit l'événement S est réalisé soit \bar{S} n'est pas réalisé.

En construisant un arbre illustrant les trois épreuves successives, on a :



Soit E l'événement : « exactement deux des trois élèves interrogés ont un sac à dos ». E est représenté dans l'arbre ci-dessus par les branches $(SS\bar{S})$, $(\bar{S}S\bar{S})$ et $(\bar{S}\bar{S}S)$. La probabilité de E est alors la somme des poids des trois branches. Chacune des branches ayant un poids égal au produit des probabilités indiquées tout au long de la branche.

D'où :

$$p(E) = 0,4 \times 0,4 \times 0,6 + 0,4 \times 0,6 \times 0,4 + 0,6 \times 0,4 \times 0,4$$

$$p(E) = 3 \times (0,4)^2 \times 0,6$$

$$p(E) = 0,288.$$

D'où le tableau :

x	20	30	35	45
$p(X=x)$	0,42	0,18	0,28	0,12

c. Espérance mathématique de la loi obtenue

L'espérance mathématique est :

$$E(X) = 20 \times 0,42 + 30 \times 0,18 + 35 \times 0,28 + 45 \times 0,12$$

$$E(X)=29.$$

L'espérance mathématique de cette loi est 29 €

Cette valeur représente le coût moyen d'inscription par élève.