Terminale ES
Correction du devoir n°21 (Ie)

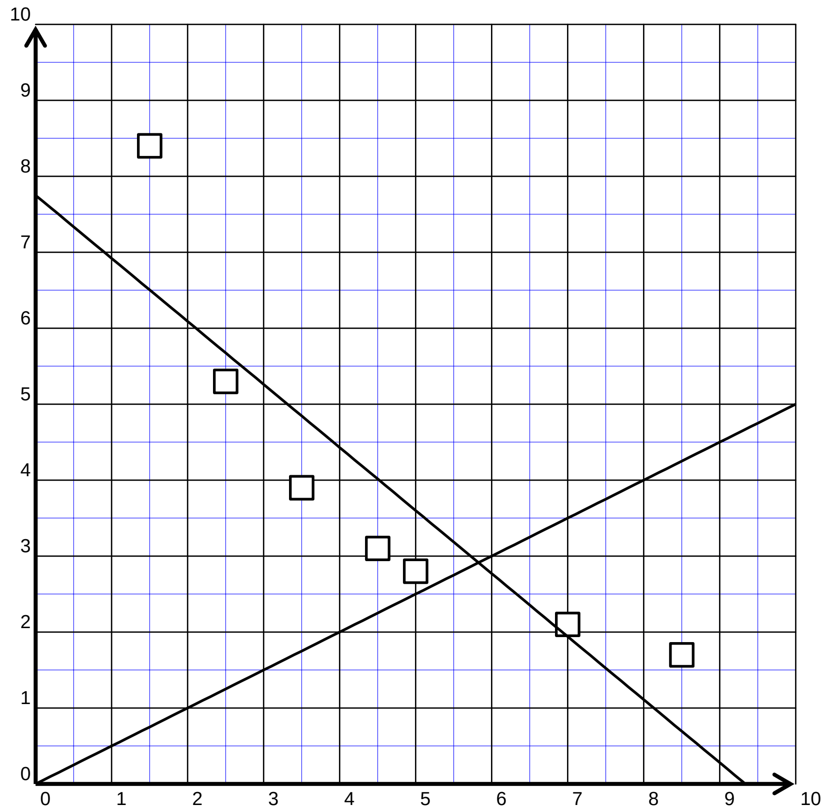
Exercice 1

x désigne le prix unitaire en euros ;
y désigne la demande en milliers d'unités ;
z désigne l'offre en milliers d'unités.

x	1,5	2,5	3,5	4,5	5	7	8,5
y	8,4	5,3	3,9	3,1	2,8	2,1	1,7
z	0,75	1,25	1,75	2,25	2,5	3,5	4,25

1.a. On voit aisément que z est la moitié de x. Donc l'offre est proportionnelle au prix.
$z = \frac{1}{2}x$.

1.b
2.a



2.b D'après la calculatrice, la droite d'ajustement de y en x a pour équation : $\boxed{y = -0{,}83x + 7{,}75}$.

c. Le prix d'équilibre est le prix tel que l'offre est égale à la demande.
On doit donc résoudre :

$$-0{,}83x + 7{,}75 = 0{,}5x \Leftrightarrow -0{,}83x - 0{,}5x = -7{,}75 \Leftrightarrow -1{,}33x = -7{,}75 \Leftrightarrow x = \frac{-7{,}75}{-1{,}33} \approx 5{,}83$$

$\boxed{\text{Donc le prix d'équilibre est d'environ 5,83 €.}}$

D'après le graphique, 5,83 semble bien être l'abscisse du point d'intersection des droites représentant l'offre et la demande.

3. a.

X= ln x	0,41	0,92	1,25	1,5	1,61	1 ,95	2 ,14
Y=ln y	2,13	1 ,67	1 ,36	1 ,13	1,03	0,74	0 ,53

b. D'après la calculatrice, la droite d'ajustement de Y en X est :
$\boxed{Y = -0{,}92X + 2{,}51}$

c. On a X= ln x et Y=ln y.
$Y = -0{,}92X + 2{,}51 \Leftrightarrow \ln y = -0{,}92 \ln x + 2{,}51 \Leftrightarrow y = e^{-0{,}92\ln x + 2{,}51}$

(On passe à l'exponentielle pour supprimer le ln)

d. On cherche le prix d'équilibre.

On change l'écriture de la fonction demande : $y = e^{-0{,}92\ln x + 2{,}51} = e^{2{,}51} \times \left(e^{\ln x}\right)^{-0{,}92}$ soit :
$y \approx 12{,}3x^{-0{,}92}$

On doit résoudre :

$$12{,}3x^{-0{,}92} = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow 2 \times 12{,}3 = \frac{x}{x^{-0{,}92}} \Leftrightarrow 24{,}6 = x^{1+0{,}92} \Leftrightarrow 24{,}6 = x^{1{,}92} \Leftrightarrow x = 24{,}6^{\frac{1}{1{,}92}} \approx 5{,}3.$$

$\boxed{\text{Le prix d'équilibre est d'environ 5,3 €.}}$

<u>Exercice 2</u>

Le 1er janvier 2003, la population d'un pays s'élevait à 30 millions d'habitants.
On estime que l'augmentation de la population pour les 15 années à venir sera de 2 % par an.

1. Population au 1er janvier 2004 : $30 \times 1{,}02 = 30{,}6$ millions d'habitants.

Population au 1er janvier 2010 : $30 \times 1{,}02^7 \approx 34{,}461$ millions d'habitants.

2. Augmentation en pourcentage, entre la population au 1er janvier 2003 et la population au 1er janvier 2010 : $\frac{34{,}461 - 30}{30} \times 100 \approx 14{,}9\%$

3. $1{,}02^x \geq 1{,}2 \Leftrightarrow \ln\left(1{,}02^x\right) \geq \ln(1{,}2) \Leftrightarrow x\ln(1{,}02) \geq \ln(1{,}2) \Leftrightarrow x \geq \frac{\ln(1{,}2)}{\ln(1{,}02)} \approx 9{,}21$ car $\ln(1{,}02) > 0$

4. On cherche l'année à partir de laquelle la population dépassera 36 millions d'habitants.
La population l'année (2003 + n) sera se $30 \times 1{,}02^n$.

On doit donc résoudre $30 \times 1{,}02^n \geq 36 \Leftrightarrow 1{,}02^n \geq \frac{36}{30} \Leftrightarrow 1{,}02^n \geq 1{,}2$.

D'après la question 3, n doit être supérieur ou égal à 10 (n entier).
$\boxed{\text{C'est donc en 2013 que la population dépassera les 36 millions d'habitants.}}$