Correction du devoir n°2 TES

Exercice 1

f est la fonction définie sur $[0\,;60]$ par *f*(*x*) = $75x^2 - x^3$.

1. Pour tout *x* dans $[0\,;60]$, $f'(x) = 75 \times 2x - 3x^2 = 150x - 3x^2 = 3x(50 - x)$

x	0		50		60
3x	0	+		+	
50-x		+	0	—	
3x*(50-x)	0	+	0	—	

x	0		50		60
$f'(x)$	0	+	0	-	
$f(x)$	0	↗	62500	↘	54000

2. a. Le jour où le nombre de malades est maximal est le 50ème jour.
b. Le 50ème jour, il y a 62500 malades.

3. a. Voir courbe en annexe.
b. On trace la droite d'équation *y* = 56000 et on cherche quand la courbe est au dessus de cette droite.
S = $[40;58]$.

Exercice 2

f et *g* sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par *f*(*x*) = $x^2 + 3x - 4$ et *g*(*x*) = $-x^2 + 7x - 3$.

1. Si (C) et (Γ) ont des tangentes parallèles aux points d'abscisses *a*, cela signifie que ces tangentes ont le même coefficient directeur.
Or le coefficient directeur de la tangente à (C) au point d'abscisse *a* = *f'*(*a*).
Coefficient directeur de la tangente à (Γ) au point d'abscisse *a* = *g'*(*a*).
Pour tout *x* dans $\mathbb{R}$, $f'(x) = 2x + 3$ et $g'(x) = -2x + 7$.
Les coefficients directeurs sont égaux
$\Rightarrow f'(x) = g'(x) \Rightarrow 2x + 3 = -2x + 7 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$.
Les tangentes sont parallèles aux points d'abscisses 1.

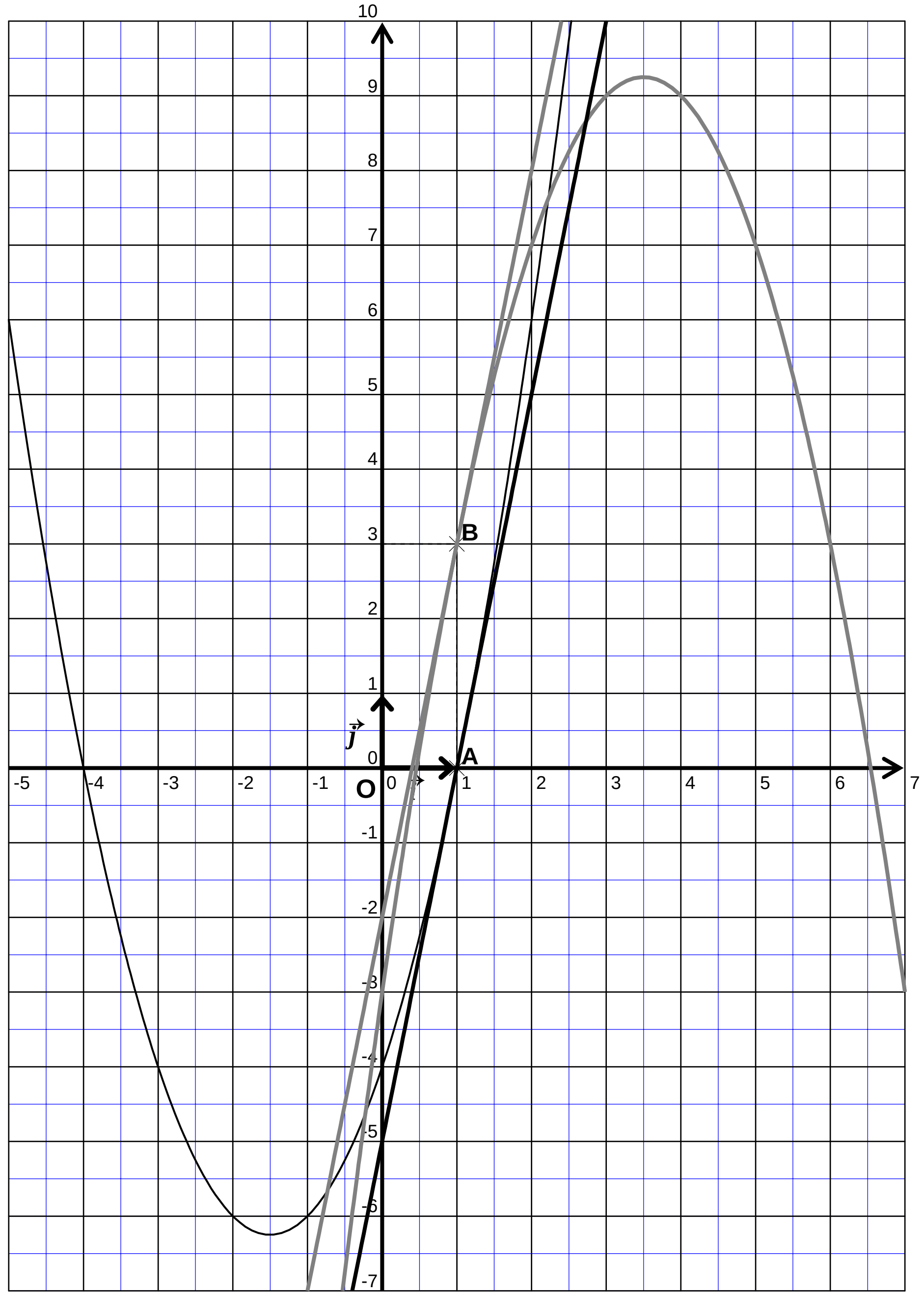
2.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
f'(x)		—	0	+	
X²+3x-4	$+\infty$	↘	$-\frac{25}{4}$	↗	$+\infty$

3.

x	$-\infty$		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	
-x*x+7x-3	$-\infty$	↗	$\frac{37}{4}$	↘	$-\infty$

4. $f'(1)=5$ et $f(1)=0$ donc tangente à (C) au point d'abscisse 1 : $y=5(x-1)=5x-5$.
$g'(1)=5$ et $g(1)=3$ donc tangente à (Γ) au point d'abscisse 1 : $y=5(x-1)+3=5x-2$



Exercice 3

- $f'(x) = \dfrac{x+3}{x-5}$

x	-5		-3		5
x+3		$-$	0	$+$	
x-5		$-$		$-$	0
(x+3)/(x-5)		$+$	0	$-$	||

On en déduit que la fonction *f* est croissante sur $]-5\,;-3]$ et décroissante sur $[-3\,;5[$. Ce qui correspond à la courbe *C3*.

- $g'(x) = \dfrac{x+3}{5-x}$

x	-5		-3		5
x+3		$-$	0	$+$	
5-x		$+$		$+$	0
(x+3)/(5-x)		$-$	0	$+$	||

On en déduit que la fonction *g* est décroissante sur $]-5\,;-3]$ et croissante sur $[-3\,;5[$. Ce qui correspond à la courbe *C5*.

- $h'(x) = \dfrac{x-3}{x+5}$

x	-5		3		5
x-3		$-$	0	$+$	
x+5	0	$+$		$+$	
(x-3)/(x+5)	||	$-$	0	$+$	

On en déduit que la fonction *h* est décroissante sur $]-5\,;3]$ et croissante sur $[3\,;5[$. Ce qui correspond à la courbe *C2*.

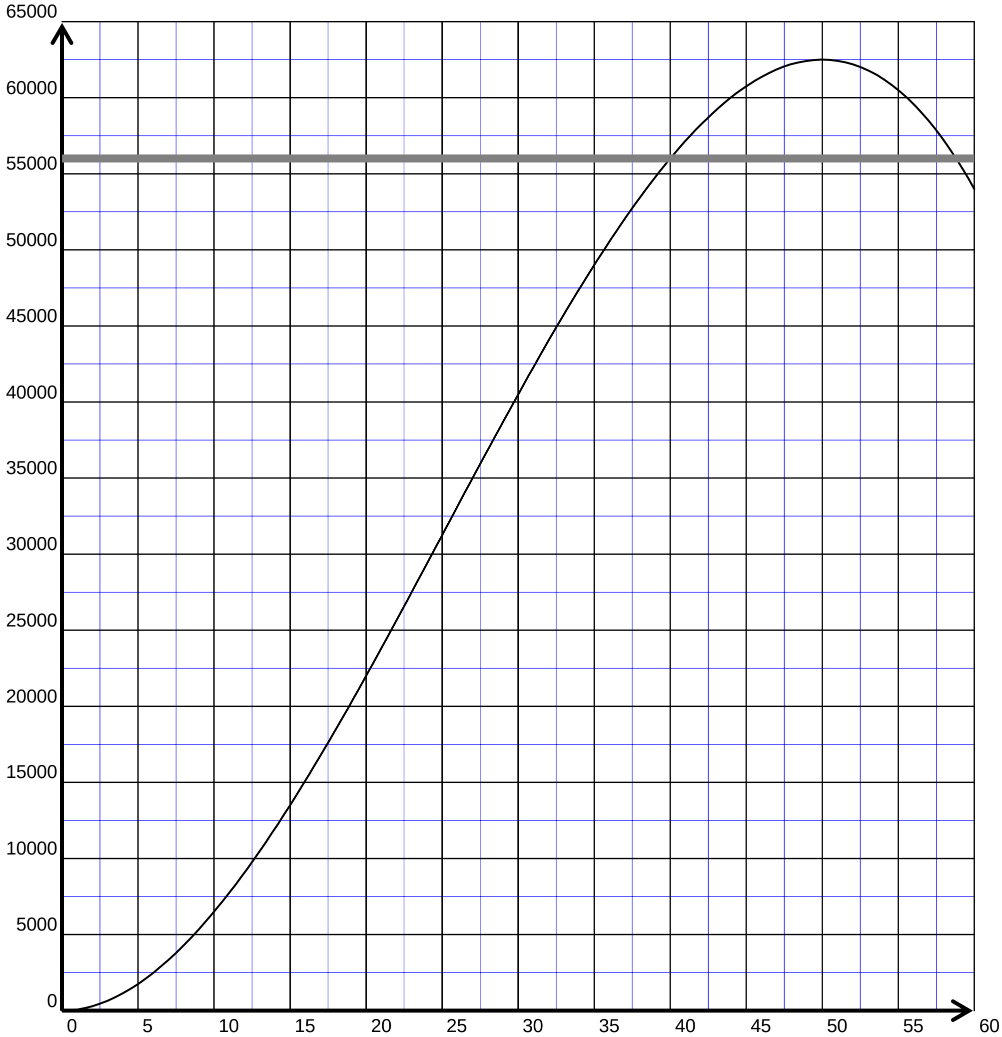
- $u'(x) = (x-1)(x+2)$

x	-5		-2		1		5
x-1		$-$		$-$	0	$+$	
x+2		$-$	0	$+$		$+$	
(x-1)(x+2)		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit que la fonction *u* est croissante sur $]-5\,;-2] \cup [1\,;5[$ et décroissante sur $[-2\,;1]$. Ce qui correspond à la courbe *C1*.

- Donc par élimination, la fonction *v* correspond à la courbe *C4*.

ANNEXE 1



65000
60000
55000
50000
45000
40000
35000
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60