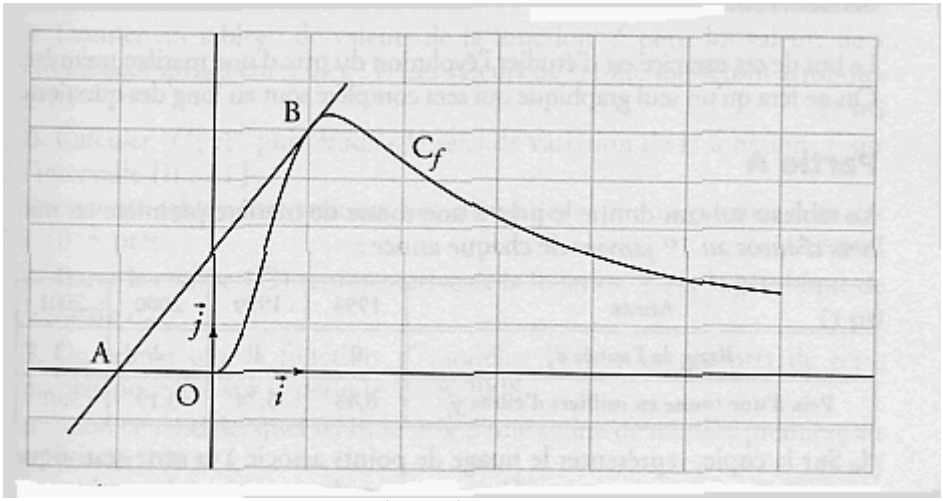
Terminale ES	**Devoir n°3 (Ds)**	
Donné le : 10/10/2005		

Exercice 1 **(4 points)**

La courbe C*f* est la représentation graphique d'une fonction *f* définie et dérivable sur l'intervalle $[0;6]$. La courbe C*f* est représentée ci-dessous.



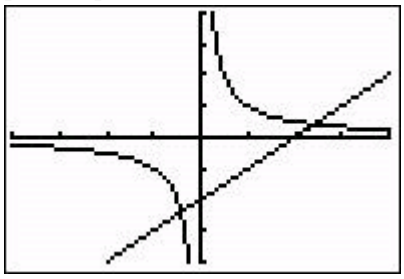
Soit A le point du plan de coordonnées $(-1;0)$ et B le point du plan de coordonnées $(1;5)$.
Le point B appartient à la courbe C*f*.
La droite (AB) est la tangente à la courbe C*f* au point B.

1. Déterminer $f'(1)$, où f' est la fonction dérivée de la fonction *f* sur l'intervalle $[0;6]$.
2. L'une des trois courbes C_1, C_2 et C_3 représentées sur les figures 1, 2 et 3 représente la fonction f'. Laquelle ?
   Justifier votre réponse.

Exercice 2 **(6 points)**

Soit l'équation (E) : $\frac{1}{x} = x - 2$ où l'inconnue est un réel de l'intervalle $]0;+\infty[$.

1. Un élève a représenté sur sa calculatrice l'hyperbole d'équation $y = \frac{1}{x}$ et la droite d'équation $y = x - 2$.
   Au vu du graphique ci-dessous obtenu à l'écran, combien l'équation (E) semble-t-elle admettre de solutions sur $]0;+\infty[$?



2. Un second élève considère la fonction *g* définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x - 2 - \frac{1}{x}$.

a. Déterminer les limites de *g* aux bornes de son ensemble de définition.

b. On note g' la fonction dérivée de *g*. Calculer $g'(x)$. Montrer que *g* est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

c. En déduire le nombre de solutions de l'équation (E) et en donner, à l'aide de la calculatrice, un encadrement d'amplitude 10^{-2}.

3. Un troisième élève dit : « Je peux résoudre l'équation (E) algébriquement ». Justifier, en résolvant l'équation (E), que ce troisième a raison.

Exercice 3 **(7 points)**

Soit *f* la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{x^3+x+3}{(1+x)^2}$.

1. Démontrer que $f'(x)=\dfrac{x^3+3x^2-x-5}{(1+x)^3}$.
2. On pose la fonction *g* définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x^3+3x^2-x-5$.

a. Déterminer le sens de variation de la fonction *g*, à l'aide de sa dérivée.

b. Montrer que l'équation $g(x)=0$ possède une solution dans $[0;+\infty[$; en donner la valeur décimale α arrondie à 0,1 près.

c. En déduire le signe de $g(x)$ sur $[0;+\infty[$.

3. Déterminer le sens de variation de la fonction *f*. (On utilisera la valeur α trouvée précédemment).
4. Tracer la courbe représentative de la fonction *f* dans un repère orthogonal bien choisi.

Exercice 4 **(3 points)**

Donner une primitive des fonctions suivantes :

1. $f(x)=4x^3-6x^2+12x-9-\dfrac{1}{x^2}$
2. $f(x)=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$
3. $f(x)=\dfrac{7}{(2x-3)^2}$