Terminale ES	**Devoir n°7 (Dm)**	
Donné le : 02/12/2005	Pour le : 12/12/2005	

Exercice 1

Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

f est de la forme $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ où a, b et c sont des réels.

1) Soit f' la dérivée de f. Calculez $f'(x)$ en fonction de a, b et c.
2) Trouvez les coefficients réels a, b et c en utilisant les données du tableau de variation.
3) Montrez que la courbe C_f représentative de f admet comme asymptote, lorsque x tend vers $-\infty$ ou $+\infty$, la droite Δ d'équation $y = x + 1$.
4) Etudiez la position de C_f par rapport à Δ.
5) Construire la courbe C_f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

Exercice 2

Une entreprise produisant une nourriture pour animaux constate que son coût unitaire moyen par tonne produite, lorsque sa production a atteint x tonnes, est donné par :

$\mathrm{C_M}(x) = x^2 - 21x + 200 + \dfrac{500}{x}$ exprimé en centaines de francs pour tout x de $]0;+\infty[$.

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = 2x^3 - 21x^2 - 500$.

1) Déterminez la limite de g en $+\infty$.
2) Etudiez le sens de variation de g et dressez son tableau de variation complet.
3) Montrez que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0;+\infty[$, solution dont on donnera une valeur approchée par défaut à 10^{-3} près.
4) En déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x sur $]0;+\infty[$.

PARTIE B

1) Vérifiez que pour tout x dans $]0;+\infty[$, la dérivée $\mathrm{C'_M}$ de $\mathrm{C_M}$ est donnée par $\mathrm{C'_M}(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ où g est la fonction définie dans la partie A.
2) Déterminez les limites de $\mathrm{C_M}$ en 0 et $+\infty$.
3) a) Etudiez les variations de $\mathrm{C_M}$.
   b) Donnez sa valeur minimale au franc près.
4) Représentez le coût moyen $\mathrm{C_M}$ dans un repère orthogonal d'unités 1 cm pour 2 tonnes en abscisses et 1 cm pour 5000 F en ordonnées.

PARTIE C

1) Exprimez le coût total C(x) pour x tonnes produites.
2) On appelle C_m le coût marginal ;

On rappelle qu'on assimile le coût marginal à la dérivée du coût total.

  a) Montrez que le coût marginal C_m est donné par $C_m(x) = 3x^2 - 42x + 200$.
  b) Etudiez les variations de C_m sur $0\,;+\infty$.
  c) Donnez la quantité β qui minimise le coût marginal C_m.
  d) Représentez C_m dans le même repère que $\mathrm{C_M}$.

3) Vérifiez par le calcul que les courbes représentatives de C_m et $\mathrm{C_M}$ se coupent au point d'abscisse α.
4) Soit (C) la courbe représentative de la fonction C.

Montrez que le coût moyen $\mathrm{C_M}(x)$ est égal au coefficient directeur de la droite (OM) où M est un point de (C) d'abscisse x.