TERMINALE ES1
Correction du devoir n°8 (Ie)

Exercice 1

1. $f(x) = 2x - (3x-7)^9$

a. Calcul de la dérivée :

$(2x)' = 2$

$(3x-7)^9 = u^n \Rightarrow \left[(3x-7)^9\right]' = nu'u^{n-1} = 9 \times 3 \times (3x-7)^8$

$\boxed{f'(x) = 2 - 27(3x-7)^8}$

b. Calcul de la primitive :

$2x \Rightarrow x^2$

$(3x-7)^9 \approx nu'u^{n-1}$

$nu'u^{n-1} = 10 \times 3 \times (3x-7)^9$ car n-1=9 donc n = 10 ;

par suite $(3x-7)^9 = \dfrac{1}{30} \times \left[30 \times (3x-7)^9\right] \Rightarrow \dfrac{1}{30}(3x-7)^{10}$

$\boxed{F(x) = x^2 - \dfrac{1}{30}(3x-7)^{10}}$

2. $f(x) = \dfrac{-x}{(x^2-5)^2}$

a. Calcul de la dérivée :

On utilise la formule $\dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = -x$ et $v(x) = (x^2-5)^2$.

On a alors $u'(x) = -1$ et $v'(x) = 2 \times (2x) \times (x^2-5)$.

D'où $f'(x) = \dfrac{-1 \times (x^2-5)^2 - (-x) \times 4x \times (x^2-5)}{\left[(x^2-5)^2\right]^2} = \dfrac{(x^2-5)\left[-(x^2-5) + 4x^2\right]}{(x^2-5)^4}$

$\boxed{f'(x) = \dfrac{3x^2+5}{(x^2-5)^3}}$

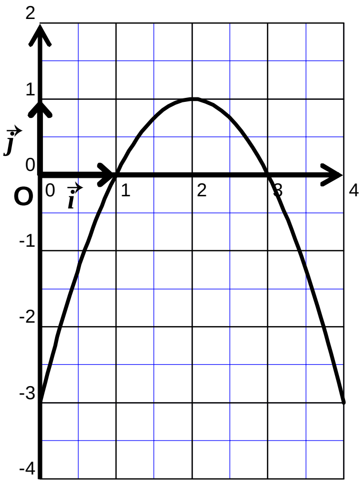
b. Calcul de la primitive :

$f(x) \approx -\dfrac{u'}{u^2}$ avec $u(x) = x^2 - 5$

$f(x) = \left[-\dfrac{2x}{(x^2-5)}\right] \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} \times \left[-\dfrac{u'}{u^2}\right] \Rightarrow F(x) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{x^2-5}$

$\boxed{F(x) = \dfrac{1}{2x^2-10}}$

Exercice 2



1. a. Tableau de variation de *u* :

x	0		2		4
u'(x)		+	0	−	
u(x)	-3	↗	1	↘	-3

b. Tableau de signes de *u :*

x	0		1		3		4
u(x)		−	0	+	0	−	

c. $u(x)=0{,}5$ pour $x\approx 1{,}3$ et $x\approx 2{,}7$.

2. On pose $f=\dfrac{1}{u}$.

i. f est définie sur $[0\,;4]$.

FAUX : *f* est définie pour tout *x* tel que $u(x)\neq 0$ (car on ne peut pas diviser par 0). Or *u* s'annule pour $x=1$ et $x = 3$.

Donc f est définie sur $[0\,;1[\cup]1\,;3[\cup]3\,;4]$

ii. $f\,'(2)=0$.

VRAI : $f=\dfrac{1}{u}\Rightarrow f\,'=-\dfrac{u'}{u^2}$. Donc $f\,'(2)=-\dfrac{u'(2)}{u(2)^2}$.

D'après le tableau de variation de *u*, on a $u'(2)=0$ et $u(2)=1$ donc $f\,'(2)=0$.

iii. La droite d'équation $x=1$ est asymptote à la courbe de *f*.

VRAI : *x*=1 est une valeur interdite pour *f* donc la courbe de *f* admettra pour asymptote verticale la droite d'équation *x* =1.

3. Tableau de variation de *f* :

x	0		1		2		3		4
1/((1-x)(x-3))	$-\frac{1}{3}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$-\frac{1}{3}$

4.

x	-3		$0{,}5$		1		$+3$
$v(x)$	$\boxed{5}$	$\searrow$	$\boxed{-3}$	$\nearrow$	$\boxed{3}$	$\nearrow$	$\boxed{7}$

Les variations de v varient pour x= 0,5 donc on cherche la position de $u(x)$ par rapport à 0,5.
Sur $[0\,;1{,}2]$, u est croissante et inférieure à 0,5 donc on compose avec une fonction décroissante. Donc g est décroissante sur $[0\,;1{,}2]$.
Sur $[1{,}2\,;2]$, u est croissante et supérieure à 0,5 donc on compose avec une fonction croissante. Donc g est croissante sur $[1{,}2\,;2]$.
Sur $[2\,;2{,}7]$, u est décroissante et supérieure à 0,5 donc on compose avec une fonction croissante. Donc g est décroissante sur $[2\,;2{,}7]$.
Sur $[2{,}7\,;4]$, u est décroissante et inférieure à 0,5 donc on compose avec une fonction décroissante. Donc g est croissante sur $[2{,}7\,;4]$.

x	0		$1{,}2$		2		$2{,}7$		4
$g(x)$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5