BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

session 2005

MATHÉMATIQUES

Série : **ES**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** – COEFFICIENT : **5**

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4

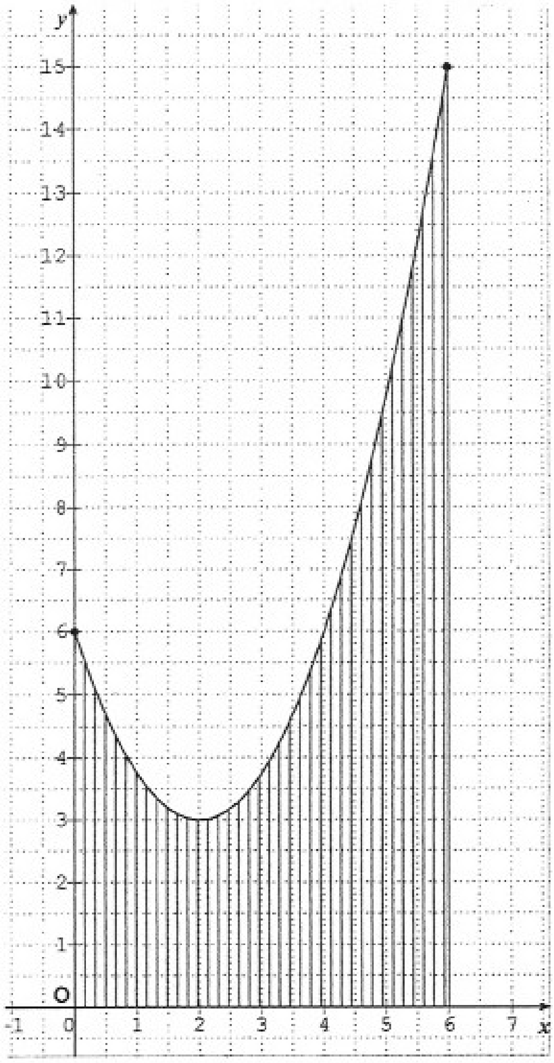
Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Tournez la page S.V.P.

Exercice 1 (commun à tous les candidats) (6 points)



On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 6] par :

$f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 6$.

La courbe (C_f) ci-contre est représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan d'origine O.

La partie hachurée ci-contre est limitée par la courbe (C_f), l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 6$.

1. Calculer, en unités d'aire, l'aire S de la partie hachurée.

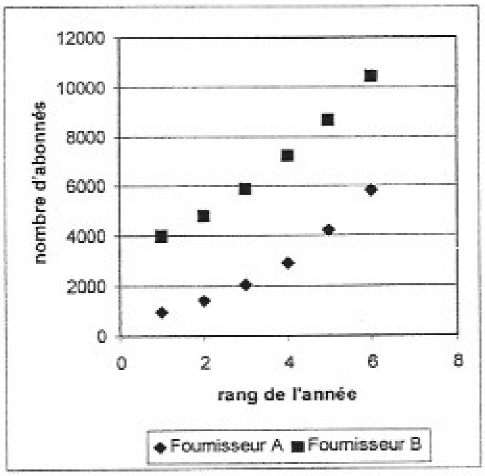
2. On considère un point M appartenant à la courbe (C_f) d'abscisse x avec x élément de [0 ; 6] .
La parallèle à l'axe des ordonnées passant par M coupe l'axe des abscisses en un point H.
La parallèle à l'axe des abscisses passant par M coupe l'axe des ordonnées en un point K.
On appelle $R(x)$ l'aire, en unités d'aire, du rectangle $OHMK$.
Prouver que, pour tout x appartenant à l'intervalle [0 ; 6], $R(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x$.

3. On se propose de rechercher toutes les valeurs possibles de x de l'intervalle [0 ; 6] telles que l'aire $R(x)$ du rectangle $OHMK$ soit égale à l'aire hachurée S .
a) Montrer que le problème précédent revient à résoudre l'équation $g(x) = 0$ où g est la fonction définie sur l'intervalle [0 ; 6] par : $g(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x - 36$.
b) Etudier les variations de g sur l'intervalle [0 ; 6] et dresser le tableau de variation de g.
En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet sur l'intervalle [0 ; 6] une solution unique α.
Donner une valeur approchée de α au centième.

<u>Exercice 2</u> **(pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)** (5 points)

Dans une ville, deux fournisseurs d'accès au réseau internet sont en concurrence.
Pour étudier l'évolution du nombre d'abonnés à ces deux fournisseurs A et B, on a reporté dans le tableau suivant, à la fin de chaque année, le nombre total d'abonnés déclaré par chacun des deux fournisseurs.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6
Nombre total y_i d'abonnés par le fournisseur A	975	1443	2049	2930	4220	5850
Nombre total t_i d'abonnés par le fournisseur B	4012	4813	5872	7281	8664	10432



1. Recopier les deux dernières lignes du tableau suivant en les complétant.
On détaillera chacun des quatre calculs et on arrondira les résultats à l'entier le plus proche.

	Augmentation du nombre d'abonnés entre 1999 et 2004	Pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnés entre 1999 et 2004	Pourcentage **annuel moyen** d'augmentation du nombre d'abonnés entre 1999 et 2004
Fournisseur A	………	500%	………%
Fournisseur B	6420	………%	………%

2. a) L'allure du nuage de points associé à la série statistique (x_i ; y_i) permet d'envisager un ajustement exponentiel. On pose $Y_i = \ln(y_i)$.
Ecrire une équation de la droite (d) d'ajustement de Y en x par la méthode des moindres carrés.
Les calculs seront faits avec la calculatrice (sans justification) et les résultats finaux seront arrondis au millième.
b) En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre d'abonnés au fournisseur A en 2006.

3. L'allure du nuage de points associé à la série statistique (x_i ; t_i) permet d'envisager un ajustement exponentiel.
En posant $T_i = \ln(t_i)$, on obtient, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite (Δ) d'ajustement de T en x sous la forme : $T = 0{,}193x + 8{,}102$ (ce résultat est admis).
En utilisant cet ajustement, donner une estimation du nombre d'abonnés au fournisseur B en 2006.

4. En supposant que les ajustements précédents restent pertinents, préciser l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés au fournisseur A dépassera le nombre d'abonnés au fournisseur B ? Justifier.

Exercice 3 **(commun à tous les candidats)** (9 points)

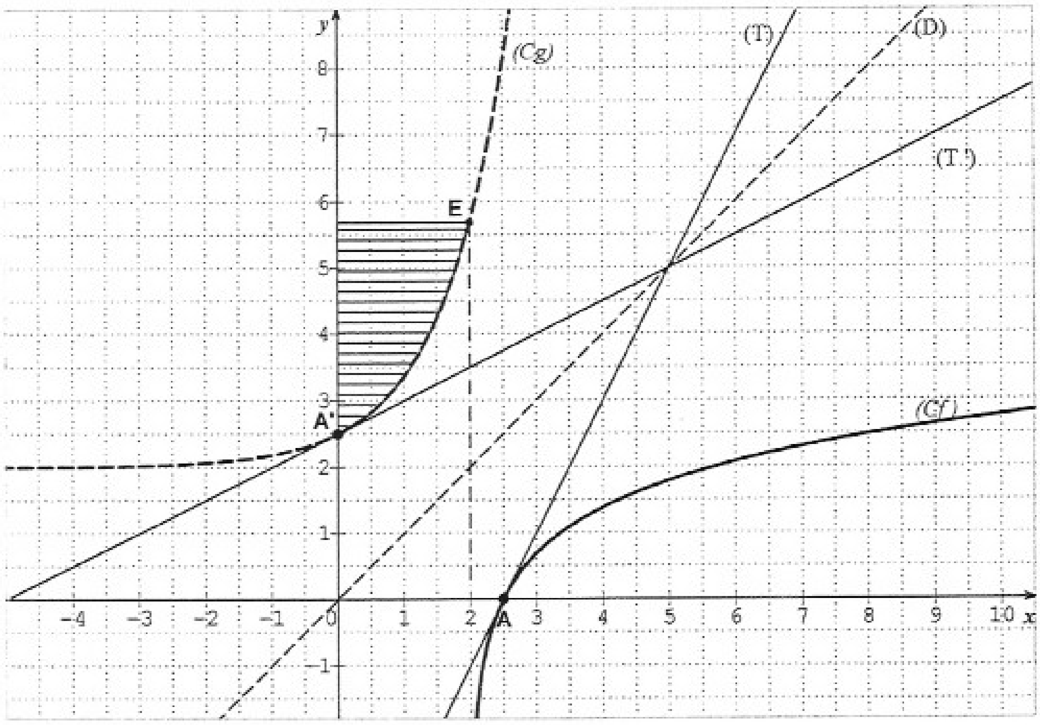
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$ par : $f(x)=\ln(2x-4)$.
On appelle (C_f) la courbe tracée ci-dessous, représentative de f dans un repère orthonormal.

1. a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C_f)?

   b) Etudier le sens de variation de f sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$ et dresser son tableau de variation.

   c) La courbe (C_f) coupe l'axe des abscisses au point A. Quelles sont les coordonnées exactes de A?

   d) Déterminer une équation de la droite (T) tangente en A à la courbe (C_f).



2. Sur la figure ci-dessus, on a tracé la courbe (C_f), le point A, la droite (T) et la droite (D) d'équation $y=x$. Par la symétrie axiale d'axe (D), la courbe (C_f) se transforme en une courbe (C_g) représentative d'une fonction g définie dans **R**. On admet que, pour tout x réel, $g(x)$ s'écrit sous la forme $g(x)=a+be^x$ où a et b sont deux nombres réels. La courbe (C_g) ainsi construite passe par le point A' image de A par la symétrie d'axe (D). De plus, la courbe (C_g) admet au point A' une tangente (T') qui est l'image de la droite (T) par la symétrie d'axe (D).

   a) Donner, sans justification, le coefficient directeur de la droite (T').

   b) Calculer a et b en justifiant soigneusement les calculs.

   c) Calculer l'ordonnée exacte du point E appartenant à (C_g) et ayant pour abscisse 2.

   d) Quelles sont les coordonnées du point E' image de E par la symétrie d'axe (D).

3. a) Calculer la valeur exacte de $\int_0^2 (2+\frac{1}{2}e^x)dx$.

   b) En déduire l'aire A, en unités d'aire, du domaine hachuré défini par la courbe (C_g), l'axe des ordonnées et la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par E. On demande la valeur exacte du résultat.

   c) Expliquer comment on peut en déduire, sans faire de calculs, la valeur exacte de $\int_{\frac{5}{2}}^{2+\frac{1}{2}e^2} f(x)dx$.