

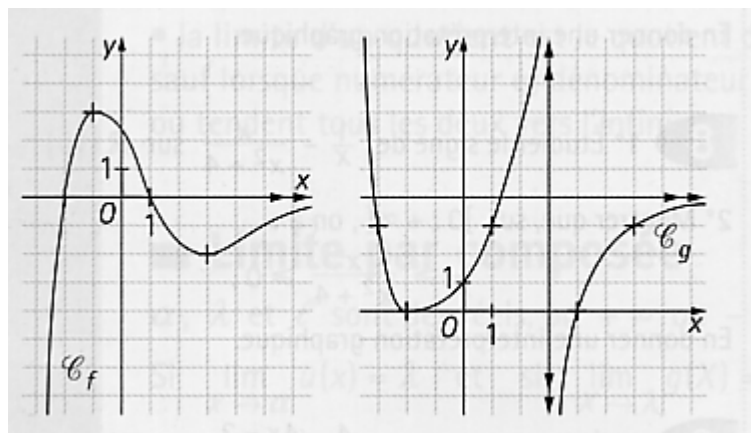
Terminale ES		Fiche d'exercices 1
	Compléments sur les fonctions	

Exercice 1

Déterminez les limites des fonctions suivantes aux bornes de leur ensemble de définition et précisez les éventuelles asymptotes.

$$\begin{array}{lll}
 a) f(x) = -x^4 + 104x - 16754 & b) g(x) = \frac{-2x+6}{1-4x} & c) h(x) = \frac{x^2+6x-2}{2-x} \\
 d) j(x) = \frac{4-x^2}{4+x^2} & e) k(x) = \frac{5-x}{9-x^2} & f) m(x) = 3x-3-\frac{5}{x-2}
 \end{array}$$

Exercice 2



Soit f et g deux fonctions connues par leurs représentations graphiques données ci-contre :

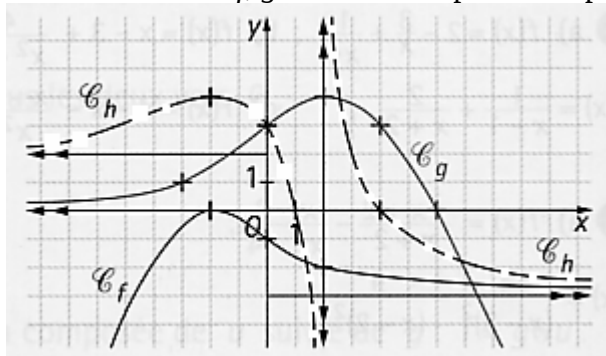
1. Dressez le tableau de variations de la fonction f . Précisez les limites aux bornes de son ensemble de définition et les éventuelles asymptotes à la courbe.
2. Même question pour la fonction g .

3. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

$$\begin{array}{lll}
 a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x)) = 4 & b) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \times g(x) = +\infty & c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{1}{4} \\
 d) \lim_{x \rightarrow 3, x > 3} (f(x) + g(x)) = +\infty & e) \lim_{x \rightarrow 3, x > 3} f(x) \times g(x) = +\infty & f) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = -\infty \\
 g) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = -\infty & h) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \times g(x) = -\infty
 \end{array}$$

Exercice 3

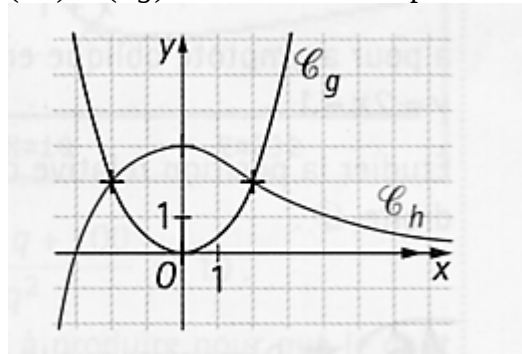
Soit les fonctions f , g et h connues par leur représentation graphique ci-dessous :



1. Dressez le tableau de variations de la fonction f . Précisez les limites aux bornes de son ensemble de définition et les éventuelles asymptotes à la courbe.
2. Même question pour les fonctions g et h .

Exercice 4

($\mathcal{C}_h$) et ($\mathcal{C}_g$) sont les courbes représentatives de deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$.



1. Si f est une fonction telle que, pour tout réel x , on a $f(x) \geq g(x)$, que peut-on en déduire pour les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$?
2. Si k est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout réel x , on a $k(x) \leq h(x)$, peut-on en déduire les limites de k en $+\infty$ et $-\infty$? Si oui, les donner.

Exercice 5

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et telle que :

Sur $]0; +\infty[$, on a $-\frac{1}{x} + 2 \leq f(x) \leq \frac{1}{x} + 2$. Et sur $]-\infty; 0[$, on a $\frac{2x+1}{2x-1} \leq f(x) \leq \frac{x-3}{x-1}$.

En utilisant au mieux les inégalités données, déterminez les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

Exercice 6

Soit f définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = 2 - \frac{1}{x^2 - 1}$.

1. Déterminez les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et précisez les asymptotes éventuelles.
2. Précisez la position de la courbe de f par rapport à son asymptote horizontale.

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{-x^2 + 3x}{x - 2}$.

1. Déterminez les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et précisez les asymptotes éventuelles.
2. Déterminez les réels a , b et c tels que, sur $]2; +\infty[$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$.

En déduire que la courbe représentative de f admet la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ comme asymptote oblique.

Terminale ES		Fiche d'exercices 2
	Compléments sur les fonctions	

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{3x^2 - 4x - 3}{x - 1}$.

- 1) Déterminez les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- 2) Déterminez les réels a , b et c tels que, pour tout x dans $\mathbb{R} - \{1\}$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$.
- 3) En déduire le sens de variation de f et précisez l'existence d'une asymptote oblique.

Exercice 9

f est la fonction définie sur $] - 2 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{2x + 4}$$

et $\mathcal{C}$ est la courbe représentant f dans un repère orthonormal (unité : 1 cm).

1. Étudier la limite de f en -2 . En déduire une asymptote de $\mathcal{C}$.
2. a) Étudier la limite de f en $+\infty$.
b) Vérifier que pour tout $x > -2$, $f(x) = \frac{x}{2} - 4 + \frac{9}{2(x + 2)}$.
- c) En déduire que la droite Δ d'équation $y = \frac{x}{2} - 4$ est asymptote oblique à (C) .
- d) Étudiez la position relative de (C) et Δ .
3. a) Calculer la dérivée de f .
b) Étudier le sens de variation de f sur $] - 2 ; +\infty[$.
c) Dresser le tableau de variation de f sur $] - 2 ; +\infty[$.
4. a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection A et B de $\mathcal{C}$ avec l'axe des abscisses.
b) Déterminer une équation des tangentes T_A et T_B à $\mathcal{C}$ aux points A et B .
5. Tracer $\mathcal{C}$, ses asymptotes et ses tangentes aux points A et B ainsi que sa tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 10

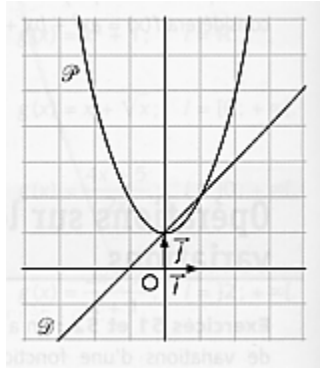
Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$.

Dans les deux cas suivants, déterminez les expressions de $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$.

1. $f(x) = 2x^2$ et $g(x) = 3 - x$.
2. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ et $g(x) = 2x - 3$.

Exercice 11

On a tracé ci-contre une parabole (P) représentant une fonction f et une droite (D) représentant une fonction g . Quelles sont les images de 1 par $g \circ f$ et $f \circ g$?



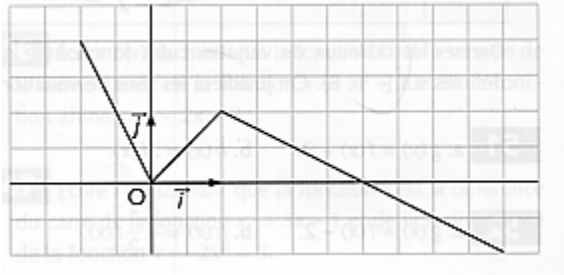
Exercice 12

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Dans les cas suivants, déterminez $(f \circ f)(x)$.

- 1) $f(x) = x^2$ 2) $f(x) = 2x + 3$ 3) $f(x) = 2 - x$ 4) $f(x) = x$

Exercice 13

On a tracé ci-dessous la représentation graphique d'une fonction affine par intervalles.



Déterminez $(f \circ f)(0)$; $(f \circ f)(1)$; $(f \circ f)(-1)$; $(f \circ f)(5)$.

Exercice 14

Soit f la fonction définie sur $[-2; 2]$ par $f(x) = 2x^2 + 5$.

1. Décomposez la fonction f sous la forme $u \circ v$.
2. En déduire le tableau de variation de f .
3. Retrouvez le résultat par dérivation.

Exercice 15

À l'aide de somme de fonctions, étudier le sens de variation des fonctions suivantes :

- a) $f : x \mapsto -3x^2 + 2x + 1$, définie sur $]-\infty; 0]$;
- b) $f : x \mapsto x^3 + x - 3$, définie sur $\mathbb{R}$;
- c) $f : x \mapsto \frac{1}{x} - \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$, définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;

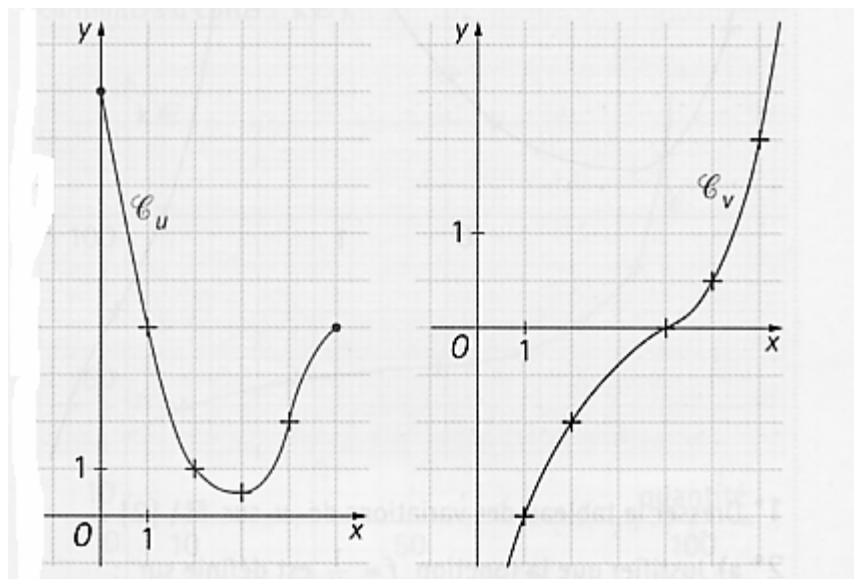
Terminale ES		Fiche d'exercices 3
	Compléments sur les fonctions	

Exercice 16

Calculez les dérivées des fonctions suivantes en précisant leur ensemble de définition

$$\begin{array}{lll}
 a) f(x) = (x^2 - x + 1)^2 & b) f(x) = 3x + \frac{2}{3-x} & c) f(x) = \frac{1}{x^5} \\
 d) f(x) = \sqrt{8-4x} & e) f(x) = \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^2 & f) f(x) = \frac{3}{x} + \frac{4}{x^3} \\
 g) f(x) = (5-x)^4 & h) f(x) = -2(3x-1)^7 + 1539 &
 \end{array}$$

Exercice 17



1. Dressez le tableau de variation des fonctions u et v .

2. a. Énoncez le sens de variation de la fonction $\frac{1}{u}$ puis de $\sqrt{u}$.

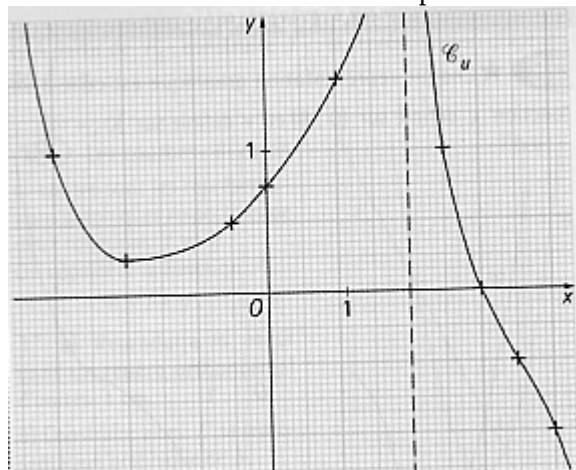
b. Tracez point par point les courbes des fonctions $\frac{1}{u}$ et $\sqrt{u}$.

3. a. Énoncez le sens de variation de la fonction $\frac{1}{v}$.

b. Tracez point par point la courbe représentant la fonction $\frac{1}{v}$.

Exercice 18

On considère la fonction u connue par sa courbe représentative ci-dessous.



1. Dressez le tableau de variation de u sur $\mathbb{R} - \{2\}$.
2. Donnez l'ensemble de définition de la fonction $\frac{1}{u}$, dressez son tableau de variation, précisez les limites, construisez sa courbe représentative.

Exercice 19

On considère la fonction g définie sur $]1; +\infty[$ par $g(x) = \frac{4}{\sqrt{x-1}}$.

1° Dresser le tableau des variations g .

2° Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2$.

a) Justifier que $g \circ f$ est définie sur $\mathbb{R}$.

b) Étudier son sens de variation sur $\mathbb{R}$.

Exercice 20

Soit les tableaux des variations de deux fonctions f et g :

x	0	2	6	$+\infty$	x	$-\infty$	1	4
$f(x)$	2	3	1		$g(x)$		2	
		↗	↘			↗	↘	

On considère la fonction $h = g \circ f$.

Étudier les variations de h sur $[0; +\infty[$.

Exercice 21

Soit u et g deux fonctions dont on connaît le tableau de variations, les limites aux bornes de l'ensemble de définition et quelques valeurs.

x	$-\infty$	3	4	6	$+\infty$
$u(x)$	1	0	-1	0	$+\infty$
		↘	↘	↗	

X	0	1	3	$+\infty$
$g(X)$	$-\infty$	0	2	$+\infty$
		↗	↗	

- 1) Expliquez pourquoi la fonction composée $f = g \circ u$ est définie sur $]-\infty; 3[\cup]6; +\infty[$.
- 2) Dressez le tableau de variation de la fonction f , déterminez les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

Terminale ES		Fiche d'exercices 4
	Compléments sur les fonctions	

Exercice 22

Partie A

Soit g la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = x^3 - 1200x - 100$

- Déterminez la limite de g en $+\infty$.
Étudiez le sens de variation de g et dressez son tableau de variation.
- Montrez que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique a dans l'intervalle $[20 ; 40]$.
Donnez, en justifiant, une valeur approchée de a à l'unité près.
- Déduisez-en le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x .

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x + 50 + \frac{1200x + 50}{x^2}$.

On appelle C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (on prendra 1 cm pour 5 en abscisse et 1 cm pour 20 en ordonnée).

- Déterminez la limite de f en 0 et en $+\infty$.
- Montrez que, pour tout x de $]0 ; +\infty[$, on a $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$, où g est la fonction définie dans la partie A.
- Étudiez les variations de f .
- a) Montrez que la droite D d'équation $y = x + 50$ est asymptote à la courbe.
b) Étudiez la position de C par rapport à D .
- Construisez C et D sur le même graphique.
- Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = 130$. On donnera les valeurs approchées des solutions à l'unité près.

Partie C

La coût total de fabrication d'une quantité x d'un produit, exprimée en centaines d'unités, est défini

sur $]0 ; 100[$ par $C(x) = \frac{x^3 + 50x^2 + 1200x + 50}{x}$.

$C(x)$ étant exprimé en centaines d'euros. Le coût moyen de fabrication par centaine d'objets est

donc défini par $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$

- Déterminez la quantité d'objets, à la centaine près, à fabriquer pour avoir un coût moyen minimum.
- On suppose que le prix de vente d'une centaine d'objets est égal à 13 000 euros.
Déterminez graphiquement, à la centaine près, le nombre minimum et le nombre maximum d'objets que l'entreprise doit fabriquer pour être rentable.

